



שיעור הספק

מבוא

שאלות הספק מופיעות בדרך כלל פעם אחת עד פעמיים בבחינה, לעיתים כשאלה רגילה ולעיתים בשאלות השוואה כמותית. רוב שאלות ההספק נפתרות על ידי הצבה בנוסחת ההספק אותה כדאי לזכור. בנוסף, לעיתים מופיעות במבחן שאלות המשלבות את נושא ההספק ואת נושא היחסים. מכיוון שקיים דמיון רב בין שאלות הספק לשאלות תנועה (וגם בין הנוסחאות של הספק ותנועה) מומלץ לקרוא את שיעור בעיות תנועה לפני שיעור בעיות הספק.

הגדרה

נוסחת ההספק היא : $\text{הספק} \times \text{זמן} = \text{עבודה}$

הספק - הספק כמות העבודה המתבצעת ביחידת זמן אחת, או במילים אחרות, המהירות שבה העבודה מתבצעת.

לדוגמא: אם נגר בונה כיסא אחד בשעה, אז ההספק של הנגר הוא כיסא בשעה. אם נגר בונה כיסא אחד בשעתיים, אז ההספק של הנגר הוא חצי כיסא בשעה. ההספק בנוסחת ההספק מקביל למהירות בנוסחת התנועה.

זמן - הזמן הוא הנדרש לביצוע העבודה, כלומר פרק הזמן שבו העבודה מתבצעת במלואה. לדוגמא, אם נגר בונה כיסא אחד בשעתיים, הזמן שבו מתבצעת העבודה במלואה (הכסא יהיה בנוי) הוא שעתיים. זמן בנוסחת ההספק מקביל לזמן בנוסחת התנועה.

עבודה - כמות העבודה שצריך להספיק לעשות, או במילים אחרות, המטלה שצריך לבצע. לדוגמא, אם נגר בונה כיסא אחד בשעתיים, אז כמות העבודה היא כיסא אחד, זאת המטלה שאותה צריך לבצע. עבודה בנוסחת ההספק מקבילה לדרך בנוסחת התנועה.



סוגי שאלות

שאלות בהן נדרש למצוא את ההספק

על מנת למצוא את ההספק ניתן להשתמש בצורת הנוסחה הבאה (אליה ניתן להגיע על ידי חלוקת שני אגפי הנוסחה ב"זמן"):

$$\text{הספק} = \frac{\text{עבודה}}{\text{זמן}}$$

למשל, אם נגר בונה כיסא בשעתיים, אז ההספק שלו הוא $\frac{1 \text{ כיסא}}{2 \text{ שעות}}$, כלומר $\frac{1}{2}$ כיסא בשעה.

יש לשים לב שההספק מוגדר ליחידת זמן אחת, ויש להקפיד לרשום את היחידות הנכונות.

תרגול מציאת ההספק

רשמו את ההספק של האנשים הבאים:

1. מורן קוראת ספר ב- 5 ימים.
2. טוביה אופה 15 לחמניות בשעה.
3. רוני כותבת 2 מכתבים ב- 10 דקות.
4. גדי פותר 6 שאלות ב- 14 דקות.
5. שמוליק מתקן 8 מחשבים בשעתיים.
6. דורון מתקין 6 שידות ב- 4 ימים.

שאלות בהן נדרש למצוא את כמות העבודה

סוג אחר של שאלות הוא שאלות בהן נתון ההספק (או שניתן להסיק מהו ההספק מהנתונים), ושואלים כמה עבודה תתבצע בזמן מסוים.
לדוגמה: נתון כי מור מטיילת 3 פעמים בחודש. כמה פעמים היא מטיילת ב- 4 חודשים?
ניתן להבין כי הספקה של מור הוא 3 טיולים בחודש. נציב זאת בנוסחת ההספק ונקבל כי ב- 4 חודשים ה"עבודה" שמתבצעת (מספר הטיולים) הוא $3 \cdot 4 = 12$.



תרגול שאלות בהן נדרש למצוא את כמות העבודה

1. איציק אוכל 2 משולשי פיצה ב- 5 דקות. כמה משולשי פיצה יאכל איציק ב- 10 דקות?
2. טלי קונה 3 שמלות בכל יום. כמה שמלות היא תקנה במשך שבוע?
3. קרן כותבת 6 מאמרים ב- 3 ימים. כמה מאמרים היא כותבת ביום?

שאלות בהן נדרש למצוא את הזמן

סוג נוסף של שאלות הוא שאלות בהן נתון ההספק (או שניתן להסיק מהו ההספק מהנתונים), ושואלים בכמה זמן תתבצע כמות עבודה מסויימת. על מנת למצוא את הזמן ניתן להשתמש בצורת הנוסחה הבאה (אותה קיבלנו מחלוקת הנוסחה המקורית ב"הספק"):

$$\text{זמן} = \frac{\text{עבודה}}{\text{הספק}}$$

לדוגמא: נתון כי אורי בונה 10 סירות מנייר ב- 5 שעות. בכמה שעות יבנה אורי 30 סירות מנייר?

את הספקו של אורי ניתן לחשב: $2 = \frac{10}{5}$ סירות בשעה. נציב בנוסחת ההספק: זמן שווה עבודה חלקי הספק, כלומר 30 סירות הוא בונה ב- $15 = \frac{30}{2}$ שעות.

תרגול שאלות בהן נדרש למצוא את הזמן

1. סמי מוכר 4 ספרים ביום. בכמה זמן ימכור סמי 16 ספרים?
2. רובי מצלם 25 תמונות ב- 5 דקות. בכמה דקות הוא יצלם 5 תמונות?
3. מדפסת מדפיסה 9 דפים ב- 12 שניות. בכמה זמן תדפיס 6 דפים?



שאלות הספק משותף

בשאלות מסוימות נתון ההספק של מספר אנשים, מספר צינורות וכדומה. הספק משותף של שני אנשים ויותר יהיה תמיד גדול יותר מהספקו של כל אחד מהאנשים בנפרד, ואותו דבר עם צינורות שממלאים בריכה או כל דבר אחר דומה. לדוגמא: אם נתון כי שני צינורות ממלאים ביחד בריכה בשעתיים, וכי הספקם של שני הצינורות זהה, אזי הספקו של כל אחד מהצינורות שווה למחצית מהספקם המשותף. במילים אחרות, כאשר שני הצינורות עובדים יחד הם מספיקים עבודה כפולה ממה שהיו מספיקים לו כל אחד מהם היה עובד בנפרד. כלומר, אם שני הצינורות ממלאים את

הבריכה ביחד בשעתיים, אז הספקם הוא $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ בריכה בשעה. לכן, אם צינור אחד

היה ממלא בריכה לבד היה לוקח לו 4 שעות.

במקרה שמספר גורמים מבצעים את העבודה במקום גורם אחד שעובד לבד, ההספק המשותף גדול יותר, אך הזמן דווקא **קצר** יותר, שכן על כל גורם לבצע פחות עבודה. לדוגמא: אם נתון כי 2 צינורות ממלאים בריכה בשעתיים, אז 4 צינורות בעלי הספק זהה ימלאו את הבריכה **במחצית** מהזמן, כלומר בשעה.

כלל: זמן ביצוע העבודה משתנה ביחס הפוך למספר העובדים, כלומר, ככל שיש יותר עובדים, זמן ביצוע העבודה קטן יותר ולהיפך. ההספק המשותף והעבודה משתנים ביחס ישר למספר העובדים, כלומר, ככל שיש יותר עובדים תבוצע יותר עבודה באותו זמן, וההספק המשותף יהיה גדול יותר.

תרגול שאלות הספק משותף

בכל השאלות הבאות הניחו כי ההספקים של כל העובדים זהים.

1. שני אנשים שהספקם זהה צובעים קיר ב-6 שעות. בכמה זמן יצבע את הקיר אחד מהם?
2. 4 גמלים שהספקם זהה שותים 12 ליטרים בשעה. בכמה זמן ישתה אחד מהם 12 ליטרים?
3. 3 מכונות שהספקן זהה מייצרות 50 ספלי קפה בשלוש שעות. בכמה זמן ייצרו 50 ספלי קפה 2 מכונות?



הספק משותף - עבודה זהה

לעתים מספר עצמים מבצעים את אותה העבודה במקביל אף שהספקם לא זהה, כלומר, הם עוזרים אחד לשני ומקצרים את זמן העבודה. במקרים כאלה, יש לחבר בין ההספקים על מנת להגיע אל ההספק המשותף, ואת השאלה נפתור לפי הספק משותף זה. הדבר דומה לתנועה עם כוח חיצוני - גם שם אנו סוכמים את המהירויות של הגוף עצמו ושל הכוח החיצוני, מכיוון שהכוח החיצוני עוזר לגוף לנוע.

לדוגמא: אם צינור א' ממלא בריכה אחת ב-6 שעות וצינור ב' ממלא בריכה אחת ב-3

שעות, אזי ההספק של צינור א' על פי נוסחת ההספק הוא $\frac{1}{6}$ וההספק של צינור ב' על פי

נוסחת ההספק הוא $\frac{1}{3}$, והספקם המשותף הוא: $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1+2}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$. בריכה בשעה.

כלומר, את הבריכה כולה שני הצינורות היו ממלאים יחד בשעתיים.

תרגול שאלות הספק משותף - עבודה זהה

1. זיו מסייד קיר ב-6 שעות. אבי מסייד קיר ב-12 שעות. בכמה זמן יסיידו יחד קיר אחד?
אחת?
2. שני אופה 5 עוגות ב-3 שעות. מירי אופה 2 עוגות ב-6 שעות. בכמה זמן יאפו יחד עוגה אחת?
אחת?
3. באגס אוכל 3 גזרים בשעה. באני אוכל 8 גזרים בשעה. כמה גזרים אוכלים באגס ובאני בשעתיים?
בשעתיים?

הספק משותף - עבודות מנוגדות

בשאלות מסוימות גורם מסוים מבצע עבודה וגורם אחר עושה את העבודה ההפוכה, כך שהוא מפריע לביצוע העבודה.

לדוגמא, צינור א' ממלא בריכה אחת ב-3 שעות. צינור ב' מרוקן את הבריכה ב-5 שעות.

אם שני הצינורות החלו לעבוד באותה השעה, תוך כמה זמן תתמלא הבריכה?

במקרים כאלה, עלינו לחסר את ההספק של הגורם המפריע מההספק של הגורם שעובד

כדי להשלים את העבודה הנדרשת. במקרה הזה, נחסר את הספקו של הצינור המרוקן

מהספקו של הצינור הממלא, כך נמצא את הספקם המשותף, ונוכל להסיק תוך כמה זמן

תתמלא הבריכה.



ההספק של צינור א' על פי נוסחת ההספק הוא $\frac{1}{3}$ בריכה בשעה, וההספק של צינור ב' על פי

נוסחת ההספק הוא $\frac{1}{5}$ בריכה בשעה. הספקם המשותף, לאחר חיסור ההספקים, הוא:

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{5-3}{15} = \frac{2}{15} = \frac{1}{7.5}$$

כלומר הבריכה תתמלא תוך 7.5 שעות.

נשים לב שצינור א' עובד בקצב מהיר יותר מקצב עבודתו של צינור ב', ולכן הבריכה אכן תתמלא. אם המצב היה הפוך - כלומר, הספקו של צינור ב' היה גבוה יותר (היה לוקח לו פחות זמן לבצע את עבודתו מאשר הזמן שלוקח לצינור א' לבצע את עבודתו), הבריכה לא היתה מתמלאת לעולם (אם היינו מחשבים את ההספק המשותף היינו מקבלים תוצאה

$$\text{שלילית} - \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{3} = \frac{3-5}{15} = \frac{-2}{15} = -\frac{1}{7.5}\right).$$

תרגול שאלות הספק משותף - עבודות מנוגדות

1. עדי ורון עובדים במתפרה. עדי תופרת 4 זוגות מכנסיים בשעה. רון פורם 3 זוגות מכנסיים בשעה. אם הם מתחילים לעבוד ביחד, תוך כמה זמן יהיו במתפרה 6 זוגות מכנסיים שלמים?
2. גלי מפזרת על השטיח 10 גרם פירורים בדקה. חני שואבת מהשטיח 4 גרם פירורים ב-2 דקות. תוך כמה זמן יהיו על השטיח 16 גרם פירורים?
3. אלה כותבת על הלוח 40 מלים בדקה. אודי מוחק מהלוח 60 מלים בדקה. תוך כמה זמן יהיו כתובות על הלוח 20 מלים?

שאלה לדוגמא

ביום א' ליאור ורונה מילאו את התיק של בנם גל בממתקים בקצב של 60 ממתקים בדקה. גל הוציא את הממתקים בקצב של 10 ממתקים לדקה. למחרת רק ליאור וגל היו בבית, ולכן עבדו רק שניהם על הכנסת / הוצאת הממתקים מהתיק (באותם הספקים). תוך כמה זמן יתמלא התיק ב- 240 ממתקים ביום ב' (הניחו כי הספקם של ההורים זהה)?

(1) 24 דקות

(2) 12 דקות

(3) 6 דקות

(4) 3 דקות



פתרון

אם הספקם המשותף של ליאור ורונה הוא 60 ממתקים בדקה, והספקם זהה, אז הספקו של כל אחד מהם הוא מחצית מההספק המשותף, ולכן שווה ל-30 ממתקים בדקה. אם רק ליאור מכניס ממתקים וגל מוציא ממתקים בקצב של 10 ממתקים בדקה, אז הספקם המשותף הוא הפרש ההספקים: $30 - 10 = 20$ ממתקים בדקה. מכאן, ש-240 ממתקים

$$\text{יוכנסו לתיק תוך } 12 = \frac{240}{20} \text{ דקות.}$$

התשובה הנכונה היא (2).

סיכום

את רוב שאלות ההספק ניתן לפתור בקלות על ידי הצבה בנוסחת ההספק. חשוב מאוד להבין לעומק את המשמעות של כל אחד ממרכיבי הנוסחה: הספק, זמן ועבודה, על מנת להשתמש בהם בצורה נכונה. תרגול יהפוך את הנושא למוכר ופשוט.



פתרונות לתרגול מציאת ההספק

$$\text{נפתור לפי הנוסחה} \quad \frac{\text{עבודה}}{\text{זמן}} = \text{הספק.}$$

1. נתון בשאלה שמורן קוראת ספר אחד בחמישה ימים. על פי נוסחת ההספק,

$$\text{ההספק של מורן הוא } \frac{1}{5} \text{ ספר ביום.}$$

2. נתון בשאלה שטוביה אופה 15 לחמניות בשעה אחת. על פי נוסחת ההספק,

$$\text{ההספק של טוביה הוא } \frac{15}{1} = 15 \text{ לחמניות בשעה.}$$

3. נתון בשאלה שרוני כותבת 2 מכתבים ב-10 דקות. על פי נוסחת ההספק, ההספק

$$\text{של רוני הוא } \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \text{ מכתב בדקה.}$$

4. נתון בשאלה שגדי פותר 6 שאלות ב-14 דקות. על פי נוסחת ההספק, ההספק של

$$\text{גדי הוא } \frac{6}{14} = \frac{3}{7} \text{ שאלות בדקה.}$$

5. נתון בשאלה ששמוליק מתקן 8 מחשבים בשעתיים. על פי נוסחת ההספק, ההספק

$$\text{של שמוליק הוא } \frac{8}{2} = 4 \text{ מחשבים בשעה.}$$

6. נתון בשאלה שדורון מתקין 6 שידות ב-4 ימים. על פי נוסחת ההספק, ההספק של

$$\text{דורון הוא } \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \text{ שידות ביום.}$$

פתרונות תרגול שאלות בהן נדרש למצוא את כמות העבודה

$$\boxed{\text{הספק} \times \text{זמן} = \text{עבודה}}$$

1. נתון שאיזיק אוכל 2 משולשי פיצה ב-5 דקות. על פי נוסחת ההספק, ההספק של

איזיק הוא $\frac{2}{5}$ משולשים בדקה. כדי למצוא כמה משולשי פיצה יאכל איזיק ב-10

$$\text{דקות, נכפול ב-10 את ההספק לדקה ונקבל: } 10 \cdot \frac{2}{5} = \frac{20}{5} = 4 \text{ משולשים.}$$



2. נתון שטלי קונה 3 שמלות בכל יום. על פי נוסחת ההספק, הספקה של טלי הוא $\frac{3}{1} = 3$
שמלות ביום. בשבוע יש 7 ימים, לכן על מנת למצוא את כמות השמלות שטלי תקנה
בשבוע עלינו להכיל פי 7 את ההספק היומי שלה. כך נקבל שטלי קונה $7 \cdot 3 = 21$
שמלות בשבוע..
3. על פי הנתונים קרן כותבת 6 מאמרים ב- 3 ימים. מכאן, על פי נוסחת ההספק, הספקה
של קרן הוא $\frac{6}{3} = 2$ מאמרים ביום.

פתרונות לתרגול שאלות בהן נדרש למצוא את הזמן

$$\text{זמן} = \frac{\text{עבודה}}{\text{הספק}}$$

1. נתון בשאלה שסמי מוכר 4 ספרים ביום. הספקו של סמי, על פי נוסחת ההספק,
הוא $\frac{4}{1} = 4$ ספרים ביום. מכיוון שזמן שווה עבודה חלקי הספק, סמי ימכור 16
ספרים ב- $\frac{16}{4} = 4$ ימים.
2. נתון בשאלה שרובי מצלם 25 תמונות ב- 5 דקות. הספקו של רובי על פי נוסחת
ההספק הוא $\frac{25}{5} = 5$ תמונות בדקה. מכיוון שזמן שווה עבודה חלקי הספק, רובי
יצלם 5 תמונות ב- $\frac{5}{5} = 1$ דקה.
3. נתון בשאלה שמדפסת מדפיסה 9 דפים ב- 12 שניות. על פי נוסחת ההספק,
הספקה של המדפסת הוא $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ דפים בשניה. מכיוון שזמן שווה עבודה חלקי
הספק, המדפסת תדפיס 6 דפים ב- $\frac{6}{\frac{3}{4}} = \frac{6}{1} \cdot \frac{4}{3} = 8$ שניות.



פתרונות לתרגול שאלות הספק משותף

1. אם שני אנשים צובעים קיר ב-6 שעות, על פי כלל היחס ההפוך, אחד מהם יצבע את הקיר בזמן כפול, כלומר ב-12 שעות.
2. אם 4 גמלים שותים 12 ליטרים בשעה הספקם המשותף הוא 12, לפי כלל היחס ההפוך, כשמספר העובדים קטן הזמן הנדרש לביצוע העבודה גדל, לכן אם מספר הגמלים קטן פי 4 (במקום ארבעה גמלים יש אחד), הזמן גדל פי 4, והגמל הבודד ישתה 12 ליטרים ב-4 שעות.
3. אם 3 מכוונות מייצרות 50 ספלים בשלוש שעות אז כל אחת מהן מייצרת 50 ספלי קפה בזמן גדול פי 3, כלומר ב-9 שעות. 2 מכוונות ייצרו 50 ספלים במחצית מהזמן שבו מייצרת כל אחת מהמכוונות 50 ספלים, כלומר ב- $4.5 = \frac{9}{2}$ שעות.

פתרונות לתרגול שאלות הספק משותף - עבודה זהה

1. הספקו של זיו על פי נוסחת ההספק הוא $\frac{1}{6}$ קיר בשעה והספקו של אבי על פי נוסחת ההספק הוא $\frac{1}{12}$ קיר בשעה. הספקם המשותף הוא $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{2+1}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ קיר בשעה. מכאן, שדרושות להם 4 שעות לסייד קיר אחד (על פי נוסחת ההספק):
$$\left(\frac{1}{4} = 1 \cdot \frac{4}{1} = 4\right)$$
2. הספקה של שני על פי נוסחת ההספק הוא $\frac{5}{3}$ עוגות בשעה. הספקה של מירי על פי נוסחת ההספק הוא $\frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ עוגה בשעה. הספקן המשותף של שני ומירי הוא $\frac{5}{3} + \frac{1}{3} = \frac{5+1}{3} = \frac{6}{3} = 2$ עוגות בשעה. מכאן, ששני ומירי יאפו עוגה אחת ב- $\frac{1}{2}$ שעה.
3. הספקו של באגס הוא 3 גזרים בשעה והספקו של באני הוא 8 גזרים בשעה. הספקם המשותף הוא $8 + 3 = 11$ גזרים בשעה. מכאן, שבשעתיים הם יאכלו יחד $11 \cdot 2 = 22$ גזרים.



פתרונות לתרגול שאלות הספק משותף - עבודות מנוגדות

1. הספקה של עדי הוא 4 זוגות מכנסיים בשעה. הספקו של רון הוא 3 זוגות מכנסיים בשעה. מכיוון שעדי תופרת מכנסיים ואילו רון פורם מכנסיים, הספקם המשותף הוא

$$\frac{6}{1} = 6 \text{ שיידרשו } 6 \text{ מכאן, בשעה. } 4 - 3 = 1$$

שעות כדי שיהיו במתפרה 6 זוגות מכנסיים שלמים.

2. הספקה של גלי הוא פיזור 10 גרם פירורים בדקה. הספקה של חני הוא שאיבת $\frac{4}{2} = 2$

גרם פירורים בדקה. הספקן המשותף הוא ההפרש בין ההספקים: $10 - 2 = 8$ גרם

$$\frac{16}{8} = 2 \text{ על פי נוסחת ההספק, } 16 \text{ גרם פירורים יפוזרו תוך } 2$$

דקות.

3. הספקה של אלה הוא 40 מלים בדקה. הספקו של אודי הוא 60 מלים בדקה. יש לשים

לב שהספקו של אודי, שמוחק את המלים, גבוה מהספקה של אלה, שכותבת את

המלים, ולכן אלה לעולם לא תצליח לכתוב 20 מלים.