



שיעור הסתברות

מבוא

שאלות הסתברות הן שאלות הנחשבות קשות יותר בפרק הכמותי. הן יכולות להופיע בצורות מגוונות. על מנת לפתור שאלות בהסתברות, ישנם מספר כללים חשובים שכדאי לדעת בעל פה, כפי שיפורט בהמשך, ובנוסף יש צורך בידיעת פעולות חשבוניות על שברים פשוטים. מומלץ לחזור על שיעור שברים פשוטים לפני קריאת שיעור זה.

הגדרה

הסתברות היא הסיכוי שיקרה דבר מה. כדי לחשב מהי ההסתברות שיקרה דבר מה, נחלק את מספר האפשרויות המתאימות לנו בסך-כל האפשרויות הקיימות. לדוגמא, אם אנו רוצים לדעת מהי ההסתברות שיצא פלי בהטלת מטבע הוגן, נחלק את מספר האפשרויות אותן אנו מחפשים (אפשרות אחת שיצא פלי) במספר האפשרויות הכולל של תוצאות בהטלת מטבע (שתי אפשרויות – עץ או פלי). מכאן,

$$\frac{1}{2} \text{ . ההסתברות שיצא פלי בהטלת מטבע היא } \frac{1}{2}$$

כלל: הסתברות יכולה לנוע רק בין 0 ל-1. הסתברות 0 אומרת שאין סיכוי שהדבר יקרה. הסתברות 1 אומרת שהדבר יקרה בוודאות.

לדוגמא: בשק 3 כדורים כחולים. ההסתברות להוציא מהשק כדור ירוק היא 0. זאת מכיוון שבשק אין כדור ירוק (יש רק כדורים כחולים) ולכן האפשרות של הוצאת כדור ירוק לא יכולה להתרחש. ההסתברות שבהוצאת כדור מן השק נוציא כדור כחול היא 1. זאת מכיוון שבשק יש רק כדורים כחולים וכל כדור שנוציא בוודאות יהיה כחול.

שאלות "או"

בשאלות מסוג "או" אנו נשאלים מהי ההסתברות שיקרה מקרה אחד או מקרה אחר. בשאלות "או", נסכום את ההסתברות למקרה הראשון עם ההסתברות למקרה השני. תוצאת הסכום תהיה ההסתברות שיקרה המקרה הראשון או שיקרה המקרה השני. לדוגמא, בשק 3 כדורים בצבעים ירוק, כחול ואדום. מה ההסתברות שבהוצאת כדור מן השק נוציא כדור ירוק או כחול?

בסך הכל יש 3 אפשרויות להוצאת כדור מן השק (ירוק, כחול ואדום). נחשב את

$$\frac{1}{3} \text{ . ההסתברות להוצאת כדור כחול – מקרה אחד מתוך 3 אפשרויות - כלומר } \frac{1}{3}$$



בדרך דומה, גם ההסתברות להוצאת כדור ירוק מן השק היא $\frac{1}{3}$. מכאן, ההסתברות

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

להוצאת כדור ירוק אז כדור כחול היא $\frac{2}{3}$.

שאלות "וגם"

בשאלות מסוג "וגם" אנו נשאלים מהי ההסתברות שיקרה מקרה אחד **וגם** מקרה אחר. בשאלות "וגם", נכפול את ההסתברות למקרה הראשון בהסתברות למקרה השני. תוצאת המכפלה תהיה ההסתברות שיקרה המקרה הראשון **וגם** שיקרה המקרה השני. לדוגמה, בשק 3 כדורים בצבעים ירוק, כחול ואדום. מה ההסתברות שבהוצאת 2 כדורים מן השק נוציא תחילה כדור ירוק ולאחר מכן כדור כחול (לאחר כל הוצאת כדור הוא מוחזר לשק)?

בסך הכל יש 3 אפשרויות להוצאת כדור מן השק (ירוק, כחול ואדום). נחשב את

ההסתברות להוצאת כדור ירוק – מקרה אחד מתוך 3 אפשרויות, כלומר $\frac{1}{3}$. בדרך דומה,

גם ההסתברות להוצאת כדור כחול מן השק היא $\frac{1}{3}$. מכאן, ההסתברות להוצאת כדור

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

ירוק ולאחר מכן כדור כחול היא $\frac{1}{9}$.

שימו לב: אם השאלה לא היתה מגדירה את סדר ההוצאות, כלומר לא היה משנה אם היינו מוציאים קודם כדור כחול ואחר כך ירוק או להיפך (כלומר היינו נשאלים רק מה הסיכוי שנוציא כדור כחול וגם כדור ירוק), ההסתברות היתה גדלה פי 2.

זאת מכיוון שההסתברות להוצאת כדור כחול ואחר כך ירוק היא $\frac{1}{9}$, וההסתברות

להוצאת כדור ירוק ואחר כך כדור כחול גם היא שווה ל- $\frac{1}{9}$; מכיוון ששתי האפשרויות

מקיימות את הנדרש בשאלה, ביניהן יש "או"; או שנוציא קודם כדור כחול ואז ירוק, או שנוציא קודם כדור ירוק ואז כחול, ושני המקרים מתאימים לנו. לכן נסכום את שתי

$$\frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{2}{9}$$

ההסתברויות ונקבל $\frac{2}{9}$.



שאלות בהן הכמות הכוללת פוחתת

ישנם מקרים בהם הכמות הכוללת אינה נשארת קבועה, למשל אם לאחר הוצאת כדור משק שבו שלושה כדורים בצבעים ירוק, כחול ואדום, כל כדור שמוצא אינו מוחזר. במקרה כזה, ההסתברות להוצאת כדור כחול ולאחר מכן כדור ירוק היא $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$ (היות ולאחר הוצאת הכדור הראשון נשארו בשק רק שני כדורים, כלומר ההסתברות השניה היא לכדור אחד מתוך כמות כוללת של 2 ולא של 3 כמו בהוצאה הראשונה).

מאורע משלים

מאורע משלים של אירוע x הוא אירוע שבו x לא יקרה. לדוגמא, המאורע המשלים שיצא פלי בהטלת מטבע, הוא שיצא עץ. זאת מכיוון שיש רק 2 אפשרויות של תוצאה: עץ ופלי, ואם לא יצא פלי, בוודאות יצא עץ.

כלל: סכום ההסתברויות של מאורע והמאורע המשלים לו בהכרח שווה ל-1.

לדוגמא: אם ההסתברות שירד גשם ביום מסויים היא 0.3, המאורע שלא ירד גשם הוא המאורע המשלים וסכום שתי ההסתברויות של "ירד גשם" ו"לא ירד גשם" חייב להיות שווה ל-1. מכאן, ההסתברות שלא ירד גשם שווה ל- $1 - 0.3 = 0.7$.

במקרים אחדים, יהיה לנו קל יותר לחשב את ההסתברות שיקרה המאורע המשלים, ולחסר את ההסתברות שמצאנו מ-1 על מנת למצוא את ההסתברות שיתרחש מאורע כלשהו.

לדוגמא, יוסי זורק כדור לסל 4 פעמים. בכל פעם ההסתברות שלו לקלוע היא 0.5. מה הסיכוי שיוסי יקלע לסל לפחות פעם אחת?

כדי לחשב את ההסתברות שיוסי יקלע לסל לפחות פעם אחת, עלינו לחשב את ההסתברות שיוסי יקלע לסל פעם אחת ועוד ההסתברות שיוסי יקלע לסל פעמיים, ועוד ההסתברות שיוסי יקלע לסל שלוש פעמים ועוד ההסתברות שיוסי יקלע לסל ארבע פעמים. קשה לחשב ולסכום את כל ההסתברויות, ולכן נחשב תחילה מהו הסיכוי של המאורע המשלים ולאחר מכן נחסר את התוצאה מ-1. המאורע המשלים לקליעה אחת לפחות הוא לא לקלוע כלל. הסיכוי שיוסי לא יקלע כלל הוא הסיכוי שהוא לא יקלע בפעם הראשונה וגם השניה וגם השלישית וגם הרביעית. הסיכוי שהוא לא יקלע עבור כל אחת מהפעמים הוא

$$\frac{1}{2} \text{ (הוא שווה ל-1 פחות ההסתברות לקלוע, שנתונה ושווה ל-} \frac{1}{2} \text{).}$$



כלומר, ההסתברות שיוסי לא יקלע בכל 4 הזריקות היא $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$. מכאן,

ההסתברות שיוסי יקלע לפחות פעם אחת היא $1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$.

שאלה לדוגמא

לאודישנים של ההצגה קריוס ובקטוס הגיעו 10 שחקנים. מה ההסתברות שדני (אחד השחקנים מתוך ה-10) ייבחר לשחק בהצגה את התפקיד של קריוס וגם מעוז (גם כן אחד מ-10 השחקנים) ייבחר לשחק בהצגה את התפקיד של בקטוס אם נתון שלכל אחד מן השחקנים סיכוי שווה להיבחר לכל תפקיד, וידוע שבוחרים קודם את קריוס ורק לאחר מכן את בקטוס (ואדם אחד אינו יכול לשחק שני תפקידים)?

$$\frac{1}{100} \quad (1)$$

$$\frac{1}{90} \quad (2)$$

$$\frac{9}{100} \quad (3)$$

$$\frac{1}{30} \quad (4)$$

פתרון

נחשב את ההסתברות של דני להיבחר לשחק בהצגה את התפקיד של קריוס. יש 10 שחקנים (10 אפשרויות) לבחירת שחקן שישחק את קריוס ומתוכן אנחנו מעוניינים באפשרות אחת (דני). מכאן, ההסתברות שדני ייבחר לשחק את התפקיד של קריוס היא

$$\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$$

בקטוס. מעוז הוא בחירה אחת מתוך 9 אפשרויות ולכן ההסתברות שייבחר לשחק את

$$\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{90}$$

כעת, מכיוון שמדובר בשאלת "וגם" נכפיל את ההסתברות שדני ייבחר לשחק את קריוס

$$\frac{1}{100} \cdot \frac{1}{90} = \frac{1}{9000}$$

התשובה הנכונה היא (2).



ניב רווח פסיכומטרי 1-800-750-760
כי מה שחשוב זה הציון. psychometry.co.il

סיכום

מומלץ לתרגל את נושא ההסתברות כמה שיותר על מנת לזכור ולהפנים את החוקים והכללים הרלוונטיים.
השאלה שצריכה להנחות אותנו כאשר אנו באים לפתור שאלת הסתברות היא כמה אפשרויות מתאימות לנו ממספר האפשרויות הכולל.