



שיעור צירופים

מבוא

צירופים הוא נושא הנחשב קשה, אך מושתת על מספר עקרונות בסיסיים, אותם יש ללמוד היטב. שאלות צירופים מופיעות בין פעם לפעמיים בכל פרק כמותי בצורות שונות, וביניהן גם בתוך השוואה כמותית. צירופים הוא נושא הדומה במהותו לנושא הבא שיילמד - הסתברות, ולכן מומלץ ללמוד את שני הנושאים אחד אחרי השני.

הגדרה

בשאלות צירופים אנו נשאלים כמה אפשרויות או כמה תוצאות יכולות להתקיים תחת מגבלה של נתוני השאלה. לדוגמא, אם נטיל מטבע, קיימות 2 תוצאות אפשריות. האחת שיצא עץ והשניה שיצא פלי. אם נזרוק קוביה הוגנת, קיימות 6 תוצאות אפשריות. או שיצא 1 או שיצא 2 וכן הלאה עד 6.

שאלות "וגם"

בשאלות אלה נשאל כמה תוצאות אפשריות יכולות להתקבל כאשר מתרש אירוע מסויים **וגם** אירוע נוסף. לדוגמא, כמה תוצאות אפשריות יכולות להתקבל בזריקה של קוביה ובהטלה של מטבע **גם יחד**. במקרה כזה, נכפיל את מספר התוצאות האפשריות בהטלת מטבע במספר התוצאות האפשריות בזריקת קוביה. במקרה שלנו, כפי שהסברנו קודם, קיימות 2 תוצאות אפשריות להטלת מטבע ו-6 תוצאות אפשריות לזריקת קוביה. לכן סך התוצאות האפשריות בזריקת קוביה והטלת מטבע הן: $2 \cdot 6 = 12$ (פלי ו-1, פלי ו-2, עץ ו-1 וכו'...).

שאלות "או"

בשאלות אלה נשאל כמה תוצאות אפשריות יכולות להתקבל כאשר מתרחש אירוע מסויים **או** אירוע נוסף. לדוגמא, כמה אפשרויות קיימות לבחירה של מתנה אחת מתוך 4 מתנות אפשריות **או** בחירה של מעטפה אחת עם צ'קים מתוך 3 מעטפות אפשריות. במקרה כזה, נסכום את מספר התוצאות האפשריות בכל אחד משני המצבים. קיימות 4 אפשרויות לבחירה של מתנה ו-3 אפשרויות לבחירה של מעטפות עם צ'קים. לכן, קיימות בסך הכל $3 + 4 = 7$ אפשרויות לבחור מתנה אחת מ-4 מתנות או מעטפה אחת מתוך 3 מעטפות עם צ'קים.



שאלות עם הגבלה

לעיתים נישאל בשאלות צירופים כמה אפשרויות קיימות בהינתן אירועים מסויימים, אך נוגבל על ידי אירוע שאסור לו להתרחש. במקרה זה, נחשב את סך-כל האפשרויות ולאחר מכן נוריד את מספר האפשרויות של האירוע שאסור לו להתרחש.

לדוגמא: כמה אפשרויות קיימות ליצירת מספר בן 4 ספרות מהספרות 0,1,2,3 כאשר כל ספרה חייבת להופיע פעם אחת בדיוק ולספרה 0 אסור להיות במקום הכי שמאלי?

נחשב תחילה כמה אפשרויות של מספרים ניתן ליצור בסך הכל מ-4 הספרות הנתונות מבלי לחזור עליהן פעמיים ובלי להתייחס להגבלה ש-0 לא יכול להיות במקום השמאלי ביותר.

לספרה במקום השמאלי ביותר קיימות 4 אפשרויות (0, 1, 2 או 3). לאחר שבחרנו ספרה אחת, נשארו 3 אפשרויות לספרה במקום השני משמאל. לאחר שבחרנו 2 ספרות נשארו 2 אפשרויות לספרה במקום השלישי משמאל, ולבסוף נותרת אפשרות אחת לספרה הימנית ביותר. סך כל האפשרויות הוא: $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ (נכפול בין האפשרויות מכיוון שמדובר ב"וגם" – מספר כלשהו במקום השמאלי וגם מספר כלשהו במקום השני וגם מספר כלשהו במקום השלישי וגם מספר כלשהו במקום הימני).

כעת, נבדוק כמה אפשרויות קיימות כאשר אנו ממקמים את 0 במקום הכי שמאלי. במקרה זה, יש 3 אפשרויות לבחירת הספרה למקום השני משמאל, 2 אפשרויות לבחירת הספרה במקום השלישי משמאל ואפשרות אחת לבחירת הספרה במקום הימני ביותר. סך כל האפשרויות במקרה זה הן: $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$.

מכאן, סך האפשרויות הקיימות ליצירת מספר בן 4 ספרות מהספרות 0,1,2,3 כאשר כל ספרה חייבת להופיע פעם אחת בדיוק ולספרה 0 אסור להיות במקום הכי שמאלי הוא: $24 - 6 = 18$ אפשרויות.



עם החזרה או ללא החזרה

בשאלות מסוג צירופים יש לשים לב לנתונים בקפידה.

בשאלות מסוג "עם החזרה" יינתן לדוגמא סל עם כדורים שלאחר כל הוצאה של כדור, רושמים איזה כדור הוגרל אך מחזירים אותו לתוך הסל כך שהוא יכול להיבחר שוב. במקרה כזה, אם עלינו לבחור שני כדורים מתוך 10 כדורים בסל כאשר לאחר הוצאת הכדור הראשון הוא מוחזר לסל מספר האפשרויות שלנו להוציא כדורים הוא 10 אפשרויות להוציא כדור ראשון כפול 10 אפשרויות להוציא כדור שני, ובסך הכל 100 אפשרויות להוצאת כדור.

בשאלות מסוג "ללא החזרה", הכדור שהוצא בפעם הראשונה אינו מוחזר לשק ולכן אם עלינו להוציא משק שבו 10 כדורים שני כדורים ללא החזרה מספר האפשרויות הוא 10 אפשרויות להוצאת כדור ראשון כפול 9 אפשרויות להוצאת הכדור השני, ובסך הכל 90 אפשרויות.

סיכום

נושא הצירופים הוא נושא שיש לפתור בזהירות עם שימת לב לפרטי השאלה ולחוקים המפורטים למעלה. בשאלות מסוג זה ניתן בקלות לטעות ולסמן תשובות "אינטואיטיביות", אך יש לחזור ולבדוק שיש להן אחיזה בנתוני השאלה.