



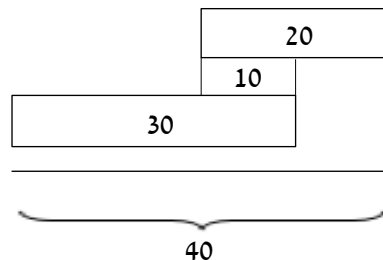
## שיעור תחומי חפיפה

### מבוא

שאלות תחומי חפיפה עוסקות בחפיפה בין קבוצות נתונות, למשל, בכיתה בעלת מספר ילדים מסוים, בהינתן גודל של קבוצת ילדים אוהבי שוקולד וגודל של קבוצת ילדים אוהבי גלידה, השאלה תעסוק במספר הילדים שאוהבים גם שוקולד וגם גלידה, רק שוקולד, רק גלידה, לא שוקולד ולא גלידה כו'. בעיות תחומי חפיפה כוללות מספר קטן של כללים וברגע שמבינים אותם הפתרון פשוט ביותר.

### חפיפה מינימלית

ניקח לדוגמא כיתה בת 40 ילדים. נניח ש- 20 מתוכם אוהבים שוקולד ו- 30 מתוכם אוהבים גלידה. אם נסכום את כמות הילדים שאוהבים גלידה ואת כמות הילדים שאוהבים שוקולד נגיע למספר הגדול ממספר התלמידים הכולל בכיתה  $20 + 30 = 50 > 40$ . משמעות הדבר היא שבהכרח יש ילדים שאוהבים גם גלידה וגם שוקולד. מספר הילדים המינימלי שאוהבים גם גלידה וגם שוקולד מתקבל על ידי סכום הקבוצות הנתונות פחות גודל הקבוצה הכוללת, ובמקרה זה 20 ילדים אוהבי שוקולד + 30 ילדים אוהבי גלידה פחות 40 ילדים בכיתה:  $20 + 30 - 40 = 10$ . כלומר, לפחות 10 ילדים אוהבים גם גלידה וגם שוקולד. ניתן לראות זאת בצורה גרפית:



במצב זה יש 10 ילדים שאוהבים רק שוקולד ו- 20 ילדים שאוהבים רק גלידה.

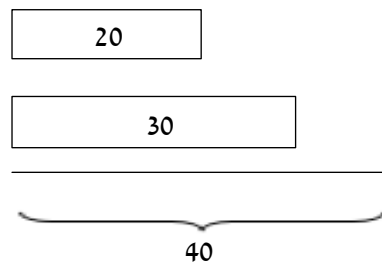
**כלל:** כאשר סכום הקבוצות הנתונות קטן או שווה לגודל הקבוצה הכוללת, החפיפה המינימלית היא 0.

לדוגמא, אם מתוך כיתה של 40 ילדים רק 10 אוהבים שוקולד ו- 30 אוהבים גלידה, המספר המינימלי של ילדים שאוהבים גם גלידה וגם שוקולד הוא 0, מכיוון שיכול להיות מצב בו כל עשרת הילדים שאוהבים שוקולד לא אוהבים גלידה.



### חפיפה מקסימלית

חפיפה מקסימלית מתקבלת במקרה שכל חברי הקבוצה הקטנה יותר שותפים גם לקבוצה הגדולה יותר. גודל החפיפה המקסימלית שווה למעשה לגודל הקבוצה הקטנה יותר. למשל, אם מתוך כיתה של 40 ילדים 20 אוהבים שוקולד ו-30 אוהבים גלידה, מספר הילדים המקסימלי שאוהבים גם גלידה וגם שוקולד מתקבל כאשר כל מי שאוהב שוקולד אוהב גם גלידה; כלומר, החפיפה המקסימלית בין קבוצת אוהבי השוקולד וקבוצת אוהבי הגלידה היא 20. לא יתכן שיותר ילדים יאהבו גם גלידה וגם שוקולד מכיוון שאין יותר ילדים שאוהבים שוקולד. ובצורה גרפית:



במצב זה, יש 10 ילדים שאוהבים רק גלידה ו-10 ילדים שלא אוהבים גלידה וגם לא אוהבים שוקולד.

### חפיפה בין יותר משתי קבוצות

כאשר נתונות לנו יותר משתי קבוצות ועלינו למצוא את החפיפה המינימלית ביניהן, עלינו לבצע חפיפה מינימלית בין שתיים מהן על פי מה שלמדנו, ולאחר מכן לבצע חפיפה מינימלית בין התוצאה שמצאנו עבור שתי הקבוצות ובין הקבוצה השלישית. אין זה משנה אילו שתי קבוצות ניקח קודם, התוצאה הסופית תהיה זהה.

לדוגמא, אם מתוך כיתה של 40 ילדים 20 אוהבים שוקולד, 30 אוהבים גלידה ו-35 אוהבים עוגת גבינה, מספר הילדים המינימלי שאוהבים גם שוקולד, גם גלידה וגם עוגת גבינה הוא 5. (חפיפה מינימלית בין אוהבי שוקולד ואוהבי גלידה היא 10 כפי שמצאנו קודם לכן, והחפיפה המינימלית בין 10 הילדים הללו ובין 35 הילדים אוהבי עוגת הגבינה היא  $10 + 35 - 40 = 5$ ). החפיפה המקסימלית בין הקבוצות שווה גם במקרה זה לגודל הקבוצה הקטנה ביותר, כלומר ל-20.

שימו לב, יתכן ובשאלה תינתן החפיפה עצמה ויהיה עלינו למצוא את גדלי הקבוצות. במצב זה נציב משתנים בתור גדלי הקבוצות ונבנה משוואות על פי הכללים אותם למדנו.



### שאלה לדוגמא

מתוך 80 הסטודנטים בפקולטה למשפטים, 16 סיימו בהצטיינות וגם המשיכו לתואר שני. מה מבין המקרים הבאים לא יתכן?

- (1) 20 סטודנטים סיימו בהצטיינות ו- 66 סטודנטים המשיכו לתואר שני
- (2) 16 סטודנטים סיימו בהצטיינות ו- 45 המשיכו לתואר שני
- (3) 18 סטודנטים סיימו בהצטיינות ו- 24 סטודנטים המשיכו לתואר שני
- (4) 32 סטודנטים סיימו בהצטיינות ו- 68 המשיכו לתואר שני

### פתרון

נמצא את טווח הסטודנטים שסיימו בהצטיינות וגם המשיכו לתואר שני בכל אחת מהתשובות. בתשובה מספר 1: מספר הסטודנטים המינימלי שסיימו בהצטיינות וגם המשיכו לתואר שני הוא  $6 = 80 - 66 + 20$ , ומספר הסטודנטים המקסימלי שסיימו בהצטיינות וגם המשיכו לתואר שני הוא 20. 16 נמצא בטווח הזה ולכן תשובה זו תיתכן.

בתשובה מספר 2: מספר הסטודנטים המינימלי שסיימו בהצטיינות וגם המשיכו לתואר שני הוא 0 (מכיוון ש-  $61 = 45 + 16$ , שהוא מספר הקטן מגודל הקבוצה הכוללת), ומספר הסטודנטים המקסימלי שסיימו בהצטיינות וגם המשיכו לתואר שני הוא 16. 16 נמצא בטווח זה ולכן התשובה תיתכן.

בתשובה מספר 3: מספר הסטודנטים המינימלי שסיימו בהצטיינות וגם המשיכו לתואר שני הוא 0 (מכיוון ש-  $42 = 24 + 18$ , שהוא מספר הקטן מגודל הקבוצה הכוללת), ומספר הסטודנטים המקסימלי שסיימו בהצטיינות וגם המשיכו לתואר שני הוא 18. 16 נמצא בטווח זה ולכן התשובה תיתכן.

בתשובה מספר 4: מספר הסטודנטים המינימלי שסיימו בהצטיינות וגם המשיכו לתואר שני הוא  $20 = 80 - 68 + 32$ . מכיוון שמספר זה גדול מ- 16, לא יתכן שרק 16 סטודנטים סיימו בהצטיינות וגם המשיכו לתואר שני, ולכן תשובה זו לא תיתכן.

**התשובה הנכונה היא (4).**

### סיכום

מעט כללים פשוטים ביותר דרושים על מנת לפתור את הבעיות בנושא תחומי הפיפה, ולאחר למידתם ולאחר תרגול, קל לפתור את כל סוגי השאלות. מומלץ לתרגל את הנושא בצורה מספקת, שכן אלו נקודות קלות להשגה.