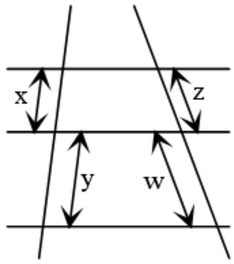
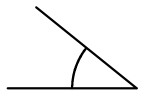
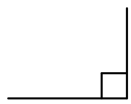
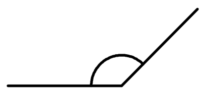
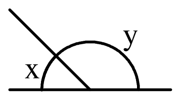
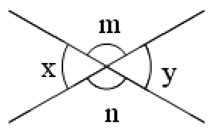
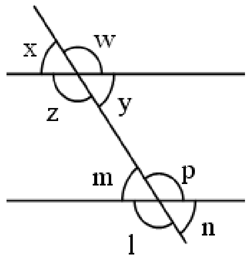
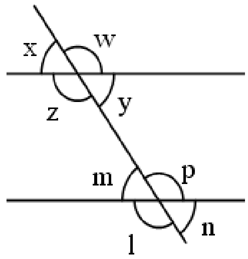
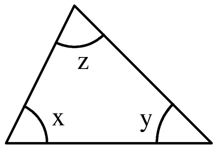
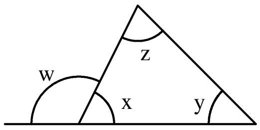
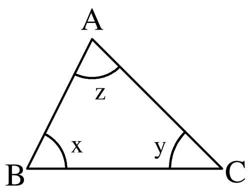
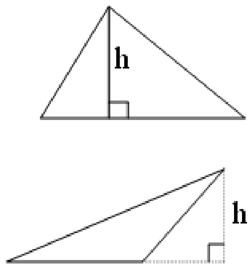
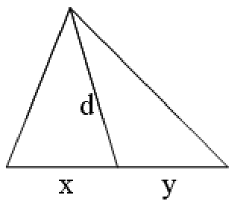
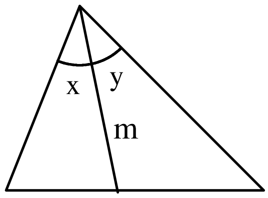
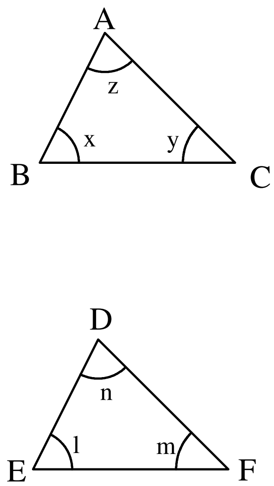
ישרים וזוויות

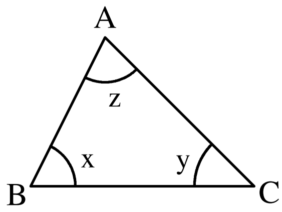
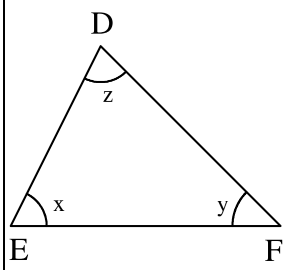
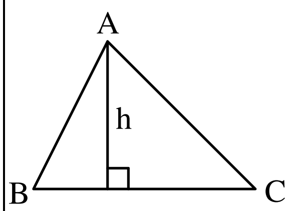
ישרים מקבילים		כאשר ישרים מקבילים נחתכים על-ידי ישרים כלשהם, הישרים החותכים נחלקים לקטעים פרופורציוניים: $\frac{x}{z}=\frac{y}{w}$ ו- $\frac{x}{x+y}=\frac{z}{z+w}$. כמו כן, מתוך היחסים הללו ניתן להסיק גם לגבי יחסים נוספים.
זווית חדה		זווית שערכה קטן מ- $90°$
זווית ישרה		זווית השווה ל- $90°$
זווית קהה		זווית שערכה גדול מ- $90°$
זווית שטוחה		זווית השווה ל- $180°$
זוויות צמודות		כאשר קרן יוצאת מישר נוצרות שתי זוויות. זוויות אלו נקראות זוויות צמודות. סכום זוויות צמודות שווה ל- $180°$. הזוויות x ו- y בסרטוט הנתון צמודות ומתקיים: $x+y=180°$
זוויות קודקודיות		כל שתי זוויות שאינן צמודות, הנוצרות בין שני ישרים החותכים זה את זה, נקראות זוויות קודקודיות. זוויות קודקודיות שוות זו לזו. הזוויות x ו- y בסרטוט הנתון הן קודקודיות, ומתקיים: $x=y$ ו- $m=n$

זוויות מתאימות		זוויות הנמצאות באותו צד של ישר החותך שני ישרים מקבילים, ובאותו צד של הישרים המקבילים. זוויות מתאימות שוות זו לזו. בסרטוט הנתון הזוויות המתאימות הן x ו- m, z ו -l, w ו-p , y ו- n ומתקיים: x=m, z=l, w=p, y=n
זוויות מתחלפות		זוויות הנמצאות בצדדים שונים של ישר החותך שני ישרים מקבילים, ובצדדים שונים של הישרים המקבילים. זוויות מתחלפות שוות זו לזו. בסרטוט הנתון הזוויות המתחלפות הן x ו- n , z ו-p, w ו-l , y ו- m, ומתקיים: x=n, z=p, w=l, y=m

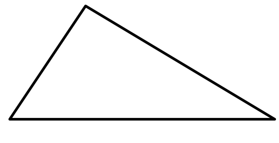
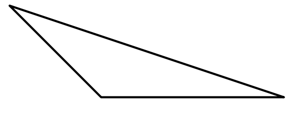
משולשים

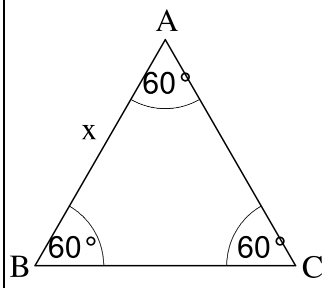
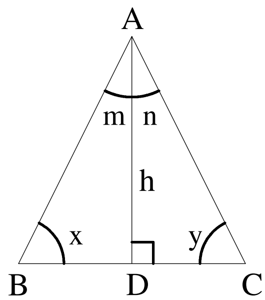
זווית פנימיות		במשולש סכום הזוויות הפנימיות שווה ל- $180°$: $x+y+z=180°$
זווית חיצונית		זווית חיצונית היא זווית הצמודה לזווית פנימית במשולש. זווית חיצונית שווה לסכום שתי זוויות המשולש שאינן צמודות לה. בסרטוט הנתון w היא זווית חיצונית הצמודה לזווית x, ומתקיים : $w=z+y$
צלעות המשולש		❖ הצלע שנמצאת מול זווית גדולה יותר תהיה ארוכה יותר. בסרטוט הנתון מתקיים : $z>x>y$ ולכן $BC>AC>AB$ ❖ סכום כל שתי צלעות גדול מהצלע השלישית : $AB+BC>AC$,$AC+BC>AB$,$AB+AC>BC$
גובה		❖ גובה לצלע הוא ישר המאונך לצלע, ועובר דרך קודקוד המשולש שנמצא מול הצלע. בסרטוט הנתון הגובה מסומן באות h. הגובה יכול לעבור בתוך המשולש כמו בסרטוט העליון או מחוץ למשולש כמו בסרטוט התחתון.
תיכון		❖ תיכון הוא קטע המחבר בין קודקוד במשולש לבין אמצע הצלע שמולו. בסרטוט הנתון התיכון מסומן באות d, ו- $x=y$

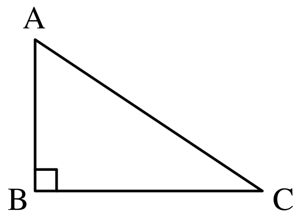
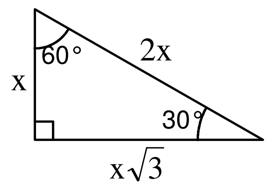
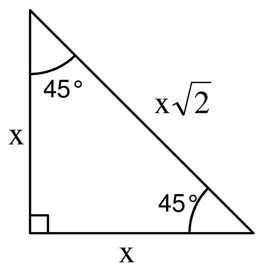
חוצה זווית	 	חוצה זווית הוא קטע המחבר בין קודקוד במשולש לבין הצלע שמולו ומחלק את זווית הקודקוד לשתי זוויות שוות זו לזו. בסרטוט הנתון חוצה הזווית מסומן באות m, ו- x=y
חפיפת משולשים	 	❖ משולשים חופפים כאשר צלעותיהם וזוויותיהם שוות בהתאמה. בסרטוט הנתון המשולשים ABC ו- DEF חופפים ומתקיים: AB=DE, BC=EF, AC=DF, y=m, z=n, x=l ❖ משפטי חפיפה: 1. אם שתי צלעות במשולש אחד שוות בהתאמה לשתי צלעות במשולש השני, והזוויות בין הצלעות הללו שוות בין שני המשולשים, אזי המשולשים חופפים. לדוגמא: אם AB=DE, BC=EF, x=l , המשולשים חופפים. 2. אם שתי זוויות במשולש אחד שוות בהתאמה לשתי זוויות במשולש השני, והצלעות שבין הזוויות הללו שוות בין שני המשולשים, אזי המשולשים חופפים. לדוגמא: אם y=m , z=n, AC=DF , המשולשים חופפים. 3. אם כל שלוש הצלעות שוות בין שני משולשים, אזי המשולשים חופפים. בסרטוט הנתון, אם AB=DE , BC=EF, AC=DF , המשולשים חופפים. 4. אם שתי צלעות במשולש אחד שוות בהתאמה לשתי צלעות במשולש השני, והזווית שנמצאת מול הצלע הגדולה מבין שתי הצלעות במשולש אחד שווה לזווית שמול הצלע הגדולה מבין שתי הצלעות במשולש השני, אזי המשולשים חופפים. לדוגמא: אם AB=DE , BC=EF (והם הצלעות הגדולות במשולש), z=n , המשולשים חופפים.

משולשים דומים	 	❖ משולשים מוגדרים דומים כאשר שלוש הזוויות במשולש אחד שוות לשלושת זוויות המשולש השני. בסרטוט הנתון, זוויות המשולש ABC זהות לזוויות המשולש DEF, ולכן המשולשים דומים. ❖ עבור משולשים דומים מתקיים : 1. היחס המתקיים בין כל שתי צלעות באחד המשולשים שווה ליחס בין שתי הצלעות המתאימות להן במשולש השני. לדוגמא : $\frac{DE}{DF}=\frac{AB}{AC}$. 2. היחסים בין כל שתי צלעות מתאימות שווים : $\frac{AC}{DF}=\frac{BC}{EF}=\frac{AB}{DE}$
שטח משולש		שטח משולש שווה לאורך אחת הצלעות כפול אורך הגובה לאותה הצלע, חלקי 2. בסרטוט הנתון : שטח משולש = $\frac{BC\cdot h}{2}$

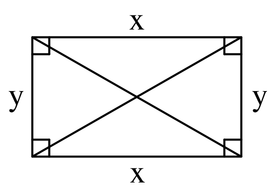
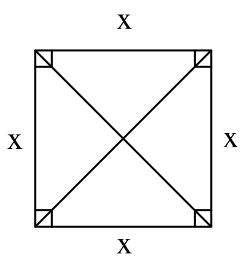
<u>סוגי משולשים</u>

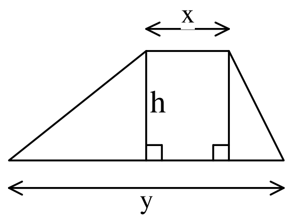
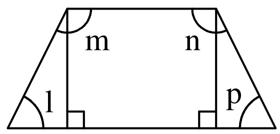
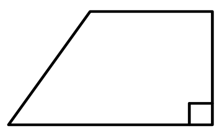
משולש חד זווית		משולש ששלוש הזוויות שלו חדות
משולש קהה זווית		משולש בעל זווית אחת קהה (ושתי זוויות חדות)

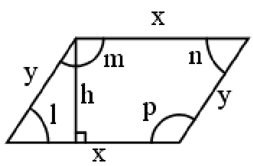
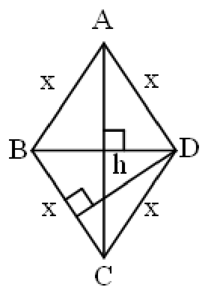
משולש שווה צלעות	 	❖ משולש ששלוש הצלעות שלו שוות זו לזו. המשולש ABCשבסרטוט שווה צלעות ומתקיים: AB=BC=AC ❖ במשולש שווה צלעות כל הזוויות שוות זו לזו, וגודלן 60°. ❖ הגבהים במשולש שווה צלעות הם גם תיכונים וחוצי זוויות. ❖ במשולש שווה צלעות שאורך צלעו x, גובה המשולש שווה ל- $\frac{\sqrt{3}}{2}x$ ❖ שטח משולש שווה צלעות שצלעו a הוא $\frac{\sqrt{3}}{4}x^2$
משולש שווה שוקיים	 	❖ משולש שבו שתי צלעות שוות זו לזו. צלעות אלו נקראות שוקיים. הצלע השלישית נקראת בסיס. בסרטוט הנתון המשולש ABC הוא משולש שווה שוקיים, שבו: AB=AC ❖ במשולש שווה שוקיים, שתי הזוויות שמול הצלעות השוות נקראות זוויות הבסיס, והן שוות זו לזו: x=y ❖ הזווית שמול הבסיס נקראת זווית הראש. ❖ הגובה לבסיס המשולש (h) הוא גם תיכון וחוצה זווית הראש: BD=DC , m=n

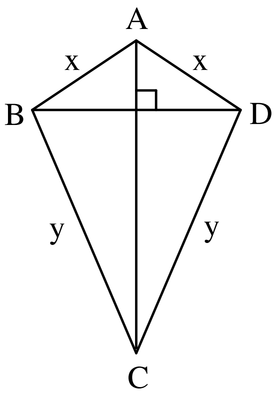
משולש ישר זווית		❖ משולש ישר זווית הוא משולש שבו זווית אחת ישרה, כלומר שווה ל- $90°$. הצלע שנמצאת מול הזווית הישרה נקראת יתר, ושתי הצלעות האחרות נקראות ניצבים. בסרטוט הנתון, הצלע AC היא היתר, והצלעות AB ו- BC הן ניצבים. ❖ כאשר נתונים לנו 2 אורכי צלעות, נוכל למצוא את אורך הצלע השלישית על-ידי משפט פיתגורס, לפיו במשולש ישר זווית ריבוע היתר שווה לסכום ריבועי הניצבים: $AB^2 + BC^2 = AC^2$
		❖ כאשר במשולש ישר זווית הזוויות שוות ל- $30°$, $60°$, $90°$, יחס הצלעות בין הניצב הקטן, הניצב הגדול והיתר הוא $1:\sqrt{3}:2$ (ראה סרטוט). הניצב הקטן הנמצא מול הזווית של $30°$ שווה למחצית היתר. הניצב שמול הזווית של $60°$ שווה לניצב הקטן כפול $\sqrt{3}$.
		❖ במשולש ישר זווית ושווה שוקיים מתקיים: 1. גדלי הזוויות הם $45°$, $45°$, $90°$. 2. יחס הצלעות בין הניצבים ליתר הוא $1:1:\sqrt{2}$ (ראה סרטוט).

מרובעים ומצולעים משוכללים

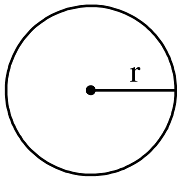
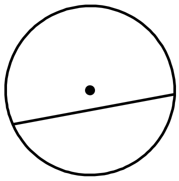
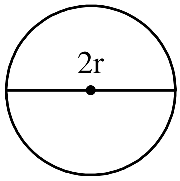
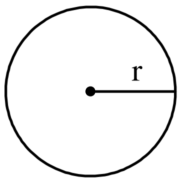
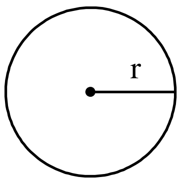
סוג המרובע	סרטוט לדוגמה	תכונות כלליות	שטח	היקף
מלבן		❖ הגדרה: מרובע שכל זוויותיו ישרות ❖ כל שתי צלעות נגדיות שוות זו לזו. ❖ האלכסונים שווים זה לזה וחוצים זה את זה. ❖ אורך אלכסון הוא $\sqrt{x^2+y^2}$	מכפלת הצלע הקצרה בצלע הארוכה: $x \cdot y$	$2x+2y$ או $2(x+y)$
ריבוע		❖ הגדרה: מלבן שארבע הצלעות שלו שוות זו לזו ❖ האלכסונים שווים זה לזה וחוצים זה את זה. ❖ אורך אלכסון הוא $x\sqrt{2}$	אורך הצלע בריבוע: x^2	$4x$

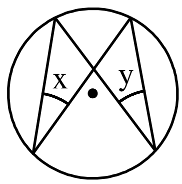
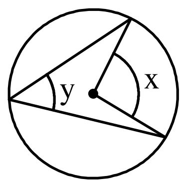
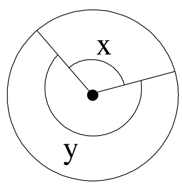
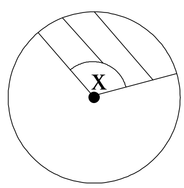
סוג המרובע	סרטוט לדוגמה	תכונות כלליות	שטח	היקף
טרפז		❖ הגדרה : מרובע שבו שתי צלעות מקבילות. הצלעות המקבילות נקראות בסיסים, ושתי הצלעות שאינן מקבילות נקראות שוקיים. ❖ הגובה הוא קטע המחבר בין שני בסיסי הטרפז ומאונך להם.		
טרפז שווה שוקיים		❖ הגדרה : טרפז ששתי השוקיים שלו שווֹת זו לזו. ❖ בטרפז שווה שוקיים זוויות הבסיסים שוות זו לזו : $\angle l = \angle p$, $\angle m = \angle n$ ❖ בטרפז שווה שוקיים, אם נוריד גובה מכל אחד מקצות הבסיס הקטן, נקבל מלבן ושני משולשים ישרי זווית זהים.	מכפלת סכום הבסיסים בגובה, חלקי 2 : $\frac{h \cdot (x+y)}{2}$	
טרפז ישר זווית		❖ הגדרה : טרפז שבו אחת מזוויות הבסיס ישרה		

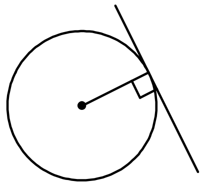
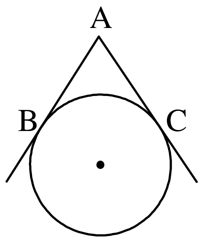
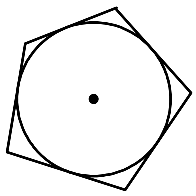
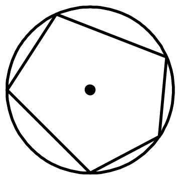
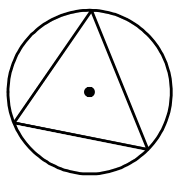
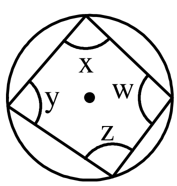
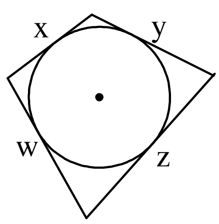
סוג המרובע	סרטוט לדוגמה	תכונות כלליות	שטח	היקף
מקבילית		❖ הגדרה: מרובע שבו כל שתי צלעות נגדיות מקבילות זו לזו ושוות זו לזו ❖ הזוויות הנגדיות שוות זו לזו: $m=p$,$l=n$ ❖ גובה המקבילית (h) הוא קטע המחבר בין קודקוד והצלע שמולו, ומאונך לצלע זו ❖ האלכסונים חוצים זה את זה	מכפלת אחת הצלעות בגובה לאותה הצלע: $y \cdot h$	2x+2y או 2(x+y)
מעוין		❖ הגדרה: מרובע שארבע הצלעות שלו שוות, וכל זוג צלעות נגדיות מקבילות. ניתן גם להגדירו כמקבילית שכל צלעותיה שוות. ❖ האלכסונים חוצים זה את זה, מאונכים זה לזה, וחוצי זווית.	1. מכפלת צלע בגובה: $x \cdot h$ 2. מכפלת האלכסונים חלקי 2: $\frac{AC \cdot BD}{2}$	4x

סוג המרובע	סרטוט לדוגמה	תכונות כלליות	שטח	היקף
דלתון		❖ מרובע הנוצר הצמדת שני משולשים שווי שוקיים בבסיסם. ❖ האלכסונים מאונכים זה לזה. אלכסון אחד של הדלתון הוא למעשה בסיס של שני המשולשים, והוא נחצה על-ידי האלכסון השני (בסרטוט – האלכסון AC חוצה את האלכסון BD).	מכפלת האלכסונים חלקי 2: $\frac{AC \cdot BD}{2}$	2x+2y או 2(x+y)
מצולע משוכלל		❖ במצולע משוכלל כל הצלעות שוות זו לזו וכל הזוויות הפנימיות שוות זו לזו. ❖ במצולע משוכלל בעל n צלעות גודלה של זווית פנימית m הוא: $m = \left(180^\circ - \frac{360^\circ}{n}\right)$		

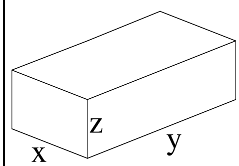
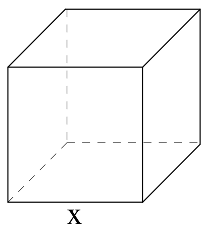
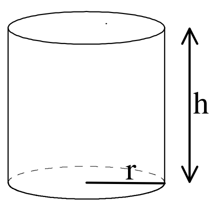
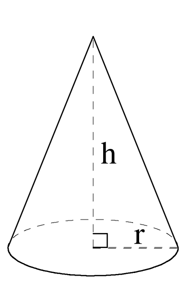
מעגל, עיגול

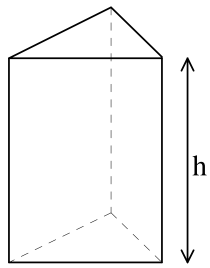
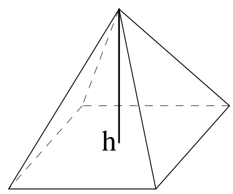
רדיוס		רדיוס (המסומן באות r) הוא הקטע המחבר בין מרכז המעגל להיקפו
מיתר		מיתר הוא קטע בתוך המעגל המחבר שתי נקודות על היקף המעגל
קוטר		❖ קוטר הוא מיתר העובר דרך מרכז המעגל. ❖ הקוטר שווה באורכו לשני רדיוסים, ולכן אורכו 2r. ❖ הקוטר הוא המיתר הארוך ביותר במעגל.
היקף מעגל		היקף מעגל שרדיוסו r הוא $2\pi r$
שטח מעגל		שטח מעגל שרדיוסו r הוא πr^2

זווית היקפית		❖ זווית הנוצרת בין שני מיתרים בעלי נקודת מפגש על היקף המעגל נקראת זווית היקפית. ❖ כל הזוויות ההיקפיות הנשענות על אותה הקשת שוות זו לזו : $x=y$ ❖ הערך המקסימלי שיכולה לקבל זווית היקפית הוא $90°$, וזוהי הזווית ההיקפית הנשענת על הקוטר.
זווית מרכזית		❖ זווית הנוצרת בין שני רדיוסים נקראת זווית מרכזית. ❖ גודלה של זווית מרכזית כפול מזווית היקפית הנשענת על אותה הקשת : $x=2y$ ❖ סכום כל הזוויות המרכזיות במעגל שווה ל- $360°$
קשת		❖ חלק מהיקף המעגל. בין כל שתי נקודות על ההיקף קיימות שתי קשתות : אחת מול הזווית המרכזית x והשניה מול הזווית המרכזית y. ❖ אורך קשת הוא מכפלת היקף המעגל בחלק היחסי של הזווית המרכזית מתוך 360, כלומר מכפלתו בזווית המרכזית שמול הקשת, חלקי 360. למשל, אורך הקשת שמול הזווית המרכזית x הוא : $2\pi \cdot r \cdot \frac{x}{360}$
גזרה		❖ גזרה היא השטח שבין שני רדיוסים וקשת. ❖ שטח גזרה בעלת זווית ראש x הוא $\pi r^2 \cdot \frac{x}{360}$

משיק למעגל	 	❖ משיק למעגל הוא ישר הנוגע בהיקף המעגל בנקודה אחת בלבד. ❖ הזווית בין הרדיוס לבין המשיק בנקודת ההשקה היא זווית ישרה. ❖ כאשר שני משיקים נפגשים בנקודה מחוץ למעגל, האורך בין נקודת המפגש לשתי נקודות ההשקה למעגל שווה בשניהם : $AB=AC$
מצולע חוסם מעגל		מצולע חוסם מעגל כאשר כל אחת מצלעותיו משיקה למעגל
מצולע חסום במעגל		מצולע חסום במעגל כאשר כל קדקודיו נמצאים על היקף המעגל
משולש חסום במעגל		❖ כל משולש יכול להיחסם רק על-ידי מעגל אחד. ❖ כאשר מעגל חוסם משולש ישר זווית, יתר המשולש הוא קוטר המעגל, ומרכז המעגל הוא אמצע היתר.
מרובע חסום במעגל		כאשר מרובע חסום במעגל סכום כל זוג זוויות נגדיות שווה ל- $180°$: $x+z=180°$ ו- $y+w=180°$
מרובע חוסם מעגל		כאשר מרובע חוסם מעגל, סכום אורכי צלעות נגדיות לשווה לסכום אורכי זוג הצלעות הנגדיות השני : $x+z=y+w$

גופים תלת-ממדיים

הגוף	דוגמת סרטוט	הגדרה	נפח	שטח פנים	שטח מעטפת
תיבה		תיבה היא גוף תלת-ממדי המורכב משש פאות מלבניות. שלושת ממדי התיבה הם האורך (x), הרוחב (y) והגובה (z)	$x \cdot y \cdot z$	2xy+2xz+2yz	
קובייה		קובייה היא תיבה שבה האורך, הרוחב והגובה שווים, וכל הפאות שוות זו לזו בשטחן.	x^3	$6x^2$	
גליל		גליל הוא גוף תלת–מימדי בעל שני בסיסים שהם עיגולים חופפים ומקבילים זה לזה.	$\pi \cdot r^2 \cdot h$	$2\pi \cdot r^2 + 2\pi \cdot r \cdot h$ = $2\pi \cdot r(h+r)$	$2\pi \cdot r \cdot h$
חרוט		חרוט הוא גוף תלת-ממדי הנוצר על-ידי חיבור כל הנקודות על היקף מעגל עם נקודה אחת מחוץ למישור המעגל	$\frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$		

מנסרה ישרה		מנסרה ישרה היא גוף תלת-ממדי בעל שני בסיסים שהם מצולעים חופפים ומקבילים זה לזה, ופאותיו הצדדיות הן מלבנים.	שטח בסיס $\cdot h$	שטח הבסיסים + שטח המעטפת	היקף הבסיס $\cdot h$
פירמידה		פירמידה היא גוף תלת-ממדי הנוצר מחיבור קדקודי מצולע עם נקודה הנמצאת מחוץ למישור המצולע	$\frac{\text{שטח בסיס} \cdot h}{3}$	שטח הבסיס + שטחי הפאות	