

שיעור "הסרת חלודה"**מבוא**

בשיעור זה נלמד חיבור ארוך, חיסור ארוך, כפל ארוך וחילוק ארוך. נושאים אלה, שנלמדו בבית הספר אך במקרים רבים נשכחו במהלך השנים, חשובים מאוד לפתרון חלק מן השאלות במבחן הפסיכומטרי. בחלק מן השאלות נעזר בנושאים אלה על מנת לחשב תרגיל אליו הגענו במהלך פתרון השאלה. כמו כן, ישנן שאלות בהן נתון תרגיל הדורש ידע בחיבור, חיסור או כפל ארוך, כמו למשל בנושא אותיות ומספרים, ולכן חשוב לדעת נושא זה.

הגדרות חשובות

על מנת להבין היטב את ההסברים הבאים, כדאי להכיר מספר מושגים.

ספרה מייצגת מספר שלם בין 0 ל-9.

מספר מורכב מספרה אחת או יותר, ויכול להיות חיובי, שלילי או שווה ל-0. מספר המורכב משתי ספרות נקרא **מספר דו ספרתי**, לדוגמה: 63
מספר המורכב משלוש ספרות נקרא **מספר תלת ספרתי**, לדוגמה: 423
מספר המורכב מארבע ספרות נקרא **מספר ארבע ספרתי**, לדוגמה: 6,039 וכך הלאה.

הספרה הימנית במספר שלם מייצגת את **ספרת האחדות**.

הספרה הנמצאת במקום השני מימין במספר שלם מייצגת את **ספרת העשרות**.

הספרה הנמצאת במקום השלישי מימין במספר שלם מייצגת את **ספרת המאות**.

הספרה הנמצאת במקום הרביעי מימין במספר שלם מייצגת את **ספרת האלפים**.

לדוגמה: במספר 6,039, ספרת האחדות היא 9, ספרות העשרות היא 3, ספרת המאות היא 0 וספרת האלפים היא 6.

חיבור ארוך

כדי לסכום שני מספרים, חשוב מאוד לשים לב למיקום הספרות. חשוב שספרות האחדות של המספרים אותם אנו סוכמים יהיו אחת מעל השניה, וכך גם ספרות העשרות, המאות וכן הלאה.

לאחר שוידאנו שהספרות המתאימות נמצאות אחת מעל השניה, נוכל לסכום בנפרד את ספרות האחדות של המספרים אותם אנו סוכמים ואת ספרות העשרות של המספרים אותם אנו סוכמים.

לדוגמה, אם נרצה לסכום את המספרים 23 ו-56 נקבל:

$$\begin{array}{r} 23 \\ + 56 \\ \hline 79 \end{array}$$

ספרת האחדות של המספר 23 היא 3 וספרת האחדות של המספר 56 היא 6. נסכום את 3 ו-6 ונקבל 9. נרשום את 9 מתחת לספרות האחדות של שני המספרים. בדרך דומה, ספרת העשרות של המספר 23 היא 2, ספרת העשרות של המספר 56 היא 5. נסכום את 2 ו-5 ונקבל 7. נרשום את 7 מתחת לספרות העשרות של שני המספרים. כך קיבלנו ש-23 ועוד 56 שווה 79.

לעיתים, סכום של ספרות אחדות, עשרות, מאות וכן הלאה יהיה מספר דו ספרתי. במקרה כזה דרך הפתרון מעט שונה.

כאשר סכום של ספרות אחדות הוא תוצאה דו ספרתית, נרשום מתחת לספרות האחדות של המספרים שאנו סוכמים את ספרת האחדות של התוצאה שקיבלנו, ואת ספרת העשרות של התוצאה נרשום מעל ספרות העשרות של המספרים אותם אנו סוכמים.
לדוגמה:

$$\begin{array}{r} 1 \\ 29 \\ + 54 \\ \hline 3 \end{array}$$

ספרת האחדות במספר 29 היא 9 וספרת האחדות במספר 54 היא 4. סכום שתי ספרות האחדות הוא 13. נרשום את ספרת האחדות של התוצאה, שהיא 3, מתחת לספרות האחדות של המספרים אותם אנו סוכמים, ואת ספרת העשרות של התוצאה, שהיא 1, נרשום מעל ספרות העשרות של המספרים אותם אנו סוכמים.

כעת נסכום את ספרות העשרות של שני המספרים אותם אנו סוכמים ונוסיף להם את ספרת העשרות של סכום ספרות האחדות, אותה רשמנו מעליהן קודם. בדוגמה שלמעלה נסכום את ספרת העשרות של 29, שהיא 2, עם ספרת העשרות של 54, שהיא 5, ולתוצאה נוסיף את ספרת העשרות של סכום ספרות האחדות, שהיא 1, אותה רשמנו קודם מעל ספרות העשרות של המספרים אותם אנו סוכמים.

כך נקבל:

$$\begin{array}{r} 1 \\ 29 \\ + 54 \\ \hline 83 \end{array}$$

כאשר אנו סוכמים מספרים תלת ספרתיים (או גדולים יותר) הכללים שהוזכרו למעלה תקפים עם הזזה של מספר אחד שמאלה. כלומר, אם נסכום שתי ספרות עשרות שסכומן הוא מספר דו ספרתי נרשום את ספרת האחדות של התוצאה מתחת לספרות העשרות שאנו סוכמים, ואת ספרת העשרות מעל התוצאה של ספרות המאות של המספרים אותם אנו סוכמים.

לדוגמה:

$$\begin{array}{r} 673 \\ + 856 \\ \hline \end{array}$$

ראשית נסכום את ספרת האחדות של 673, שהיא 3, עם ספרת האחדות של 856, שהיא 6, ונקבל 9. לאחר מכן נסכום את ספרת העשרות של 673, שהיא 7, עם ספרת העשרות של 856, שהיא 5, ונקבל תוצאה דו ספרתית - 12. נרשום את ספרת האחדות של 12, שהיא 2, מתחת לספרות העשרות של המספרים אותם אנו סוכמים ואת ספרת העשרות של 12, שהיא 1, נרשום מעל ספרות המאות של המספרים אותם אנו סוכמים.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 673 \\ + 856 \\ \hline 29 \end{array}$$

כעת כל שנותר הוא לסכום את ספרות המאות של שני המספרים אותם אנו סוכמים, ולהוסיף להן את ספרת העשרות של סכום ספרות העשרות, שהיא 1. נסכום את ספרת המאות של 673, שהיא 6, עם ספרת המאות של 856, שהיא 8, ולתוצאה נוסיף 1 - כך נקבל 15.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 673 \\ + 856 \\ \hline 1529 \end{array}$$

נשים לב:

שמכיוון שאין ספרות אלפים אותם עלינו לסכום, נרשום את התוצאה הדו ספרתית שקיבלנו כסכום ספרות המאות כמו שהיא בתוצאה. פעולה זו (שאינה מפרידה בין ספרות אחדות לספרות עשרות) נעשית רק בשלב האחרון של פתרון התרגיל, כאשר אין ספרות נוספות שעלינו לסכום.

הערה:

במידה ואנו סוכמים מספר דו ספרתי עם מספר תלת ספרתי, או כל שני מספרים אחרים כך שמספר הספרות בשני המספרים אינו זהה - נתייחס למקומות ה"ריקים" כאילו יש בהם 0.
לדוגמה:

$$\begin{array}{r}
 673 \\
 + \\
 \hline
 056 \\
 \hline
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \text{שווה בערכו לתרגיל:} \\
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 673 \\
 + \\
 \hline
 56 \\
 \hline
 \end{array}$$

חיסור ארוך

גם כשאנו מחסרים שני מספרים חשוב מאוד לשים לב למיקום הספרות. חשוב שספרות האחדות של המספרים אותם אנו מחסרים יהיו אחת מעל השניה, וכך גם ספרות העשרות, המאות וכך הלאה. לאחר שוידאנו שהספרות המתאימות נמצאות אחת מעל השניה, נוכל לחסר בנפרד את ספרות האחדות של המספרים אותם אנו מחסרים ואת ספרות העשרות של המספרים אותם אנו מחסרים. לדוגמה, אם נרצה לחסר 23 מ-56 נקבל:

$$\begin{array}{r} 56 \\ - 23 \\ \hline 33 \end{array}$$

ספרת האחדות של המספר 56 היא 6 וספרת האחדות של המספר 23 היא 3. כאשר נחסר 3 מ-6 נקבל 3. נרשום את 3 מתחת לספרות האחדות של שני המספרים אותם אנו מחסרים. בדרך דומה, ספרת העשרות של המספר 56 היא 5, ספרת העשרות של המספר 23 היא 2. כאשר נחסר את 2 מ-5 נקבל 3. נרשום את 3 מתחת לספרות העשרות של שני המספרים אותם חיסרנו. קיבלנו ש-56 פחות 23 הם 33. כאשר נרצה לחסר ספרת אחדות גדולה מספרת אחדות קטנה (וכך גם עם ספרות עשרות, מאות וכו') דרך הפתרון תהיה שונה. לדוגמה:

$$\begin{array}{r} 54 \\ - 27 \\ \hline \end{array}$$

על פי חוקי חיסור ארוך עלינו לחסר את ספרת האחדות של 27, שהיא 7, מספרת האחדות של המספר 54, שהיא 4. מכיוון ש-7 גדול מ-4, עלינו "לקחת" 1 מספרת העשרות של המספר ממנו אנו מחסרים - במקרה שלנו המספר הוא 54 וספרת העשרות שלו היא 5. נחסר 1 מ-5 ונקבל 4, ונכתוב את ה-1 משמאל לספרת האחדות של המספר 54, כך ש-4 יהפוך ל-14:

$$\begin{array}{r} 54(14) \\ - 27 \\ \hline \end{array}$$

קעת נחסר 7 מ-14 ונקבל 7, אותו נרשום כתוצאה של חיסור ספרות האחדות, ונוכל לעבור לחיסור ספרות העשרות. נחסר את ספרת העשרות של המספר 27, שהיא 2, מספרת העשרות של המספר 54, שלאחר ההמרה הפכה להיות מ-5 ל-4, וכך נקבל ש-4 פחות 2 הם 2. נרשום את 2 מתחת לספרות העשרות של המספרים אותם אנו מחסרים.

$$\begin{array}{r} 54(14) \\ - 27 \\ \hline 27 \end{array}$$

ננהג בדרך דומה גם כאשר ספרת העשרות אותה אנו מחסרים גדולה מספרת העשרות ממנה מחסרים - אז "ניקח" 1 מספרת המאות ונכתוב אותה משמאל לספרת העשרות. לדוגמה:

$$\begin{array}{r} 235 \\ - 162 \\ \hline \end{array}$$

נחסר את ספרת האחדות של 162, שהיא 2, מספרת האחדות של 235, שהיא 5, ונקבל 3. את התוצאה נרשום מתחת לספרות האחדות של שני המספרים אותם אנו מחסרים. מכיוון שספרת העשרות של 162, שהיא 6, גדולה מספרת העשרות של המספר 235, שהיא 3, "ניקח" 1 מספרת המאות של 235 וכך נקבל ספרת המאות של 235 תהפוך ל-1 וספרת העשרות של 235 תהפוך למספר 13.

$$\begin{array}{r} 12(13)5 \\ - 162 \\ \hline \end{array}$$

כך תוצאת חיסור ספרות העשרות מחושבת לפי 13 פחות 6, כלומר 7, אותו נכתוב מתחת לספרות העשרות של המספרים שאנו מחסרים. כעת נחסר את ספרת המאות של המספר 162, שהיא 1, מספרת המאות של המספר 235, שהפכה ל-1, ונקבל 0.

$$\begin{array}{r} 12 \text{ (13) } 5 \\ - 1 \quad 6 \quad 2 \\ \hline \quad \quad 7 \quad 3 \end{array}$$

כפל ארוך

כפול ארוך נכפול את ספרת האחדות של המספר התחתון בכל אחת מהספרות של המספר העליון לחוד. את התוצאה נרשום מתחת לספרה המתאימה בה כפלנו במספר העליון. לדוגמה:

$$\begin{array}{r} 234 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

נכפול את המספר התחתון, שהוא 2, בספרת האחדות של 234, שהיא 4, ונרשום את התוצאה 8 מתחת לספרת האחדות של 234. נכפול את המספר התחתון 2 בספרת העשרות של 234, שהיא 3, ונרשום את התוצאה 6 מתחת לספרות העשרות של המספר 234. בדרך דומה נכפול את המספר התחתון 2 בספרת המאות של 234, שהיא 2, ונרשום את התוצאה 4 מתחת לספרת המאות של 234.

$$\begin{array}{r} 234 \\ \times 2 \\ \hline 468 \end{array}$$

כאשר תוצאת המכפלה של שתי ספרות הינה דו ספרתית, נרשום את ספרת האחדות של התוצאה במקום המתאים ואת ספרת העשרות של התוצאה נרשום מעל הספרה הבאה בה אנו כופלים. לאחר שנכפול את הספרה התחתונה בספרה הבאה, נסכום את ספרת העשרות של התוצאה הקודמת עם המכפלה של הספרות אותן כפלנו כעת, ואת התוצאה החדשה נרשום במיקום המתאים. לדוגמה:

$$\begin{array}{r} 236 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

נכפול את 2 בספרת האחדות של 236 שהיא 6 ונקבל 12. נכתוב את ספרת האחדות של 12, שהיא 2, מתחת לספרת האחדות של 236, ואת ספרת העשרות של 12, שהיא 1, נרשום מעל ספרת העשרות של 236. כעת נכפול את 2 בספרת העשרות של 236 שהיא 3, נקבל 6 אך נזכור לסכום את 6 עם ספרת העשרות של התוצאה הקודמת שקיבלנו, כלומר 6 ועוד 1 שווה 7. נרשום 7 מתחת לספרת העשרות של 236. כעת נכפול את 2 בספרת המאות של 236, שהיא 2, ונקבל 4. סך הכל קיבלנו:

$$\begin{array}{r} 236 \\ \times 2 \\ \hline 472 \end{array} \quad (1)$$

אם נרצה לכפול מספר שמכיל יותר מספרה אחת במספר אחר נעשה זאת בכמה שלבים. לדוגמה:

$$\begin{array}{r} 236 \\ \times 52 \\ \hline \end{array}$$

בשלב ראשון נכפול את ספרת האחדות של 52 שהיא 2 ב- 236 כפי שהוסבר לעיל ונקבל:

$$\begin{array}{r} 1 \\ 236 \\ \times 52 \\ \hline 472 \end{array}$$

בשלב שני נכפול את ספרת העשרות של 52 שהיא 5 ב- 236 באותה דרך אותה למדנו, אך את התוצאה נכתוב בשורה שמתחת לתוצאה שקיבלנו קודם. חשוב להשאיר מקום אחד ריק מימין, כלומר את תוצאת המכפלה של 5 ב- 236 נכתוב מתחת ל- 472, אך מתחת ל- 2 נשאיר מקום ריק ונתחיל לרשום את המכפלה מתחת ל- 7.

$$\begin{array}{r} (1)(3) \\ 236 \\ \times 52 \\ \hline 472 \\ 1180 \end{array}$$

בשלב השני כפלנו את 5 בספרת האחדות של 236, שהיא 6, וקיבלנו 30. נרשום את ספרת האחדות של התוצאה שהיא 0 מתחת לספרת העשרות של התוצאה הקודמת, כלומר מתחת ל- 7, ואת הספרה 3 נרשום מעל ספרת העשרות של 236, שהיא 3. כעת נכפול את 5 בספרת העשרות של 236, שהיא 3, ונקבל 15. נסכום את 15 עם 3 שרשמנו קודם מעל ונקבל 18. נרשום את ספרת האחדות של התוצאה 18, שהיא 8, מתחת לספרת המאות של התוצאה הקודמת, כלומר מתחת ל- 4, ואת ספרת העשרות של התוצאה, כלומר 1, נרשום מעל ספרת המאות של המספר 236. נכפול את 5 ב- 2 ונקבל 10. נסכום את 10 עם 1 שרשמנו קודם מעל ספרת המאות של 236 ונקבל 11. נרשום את התוצאה משמאל ל- 8 שרשמנו קודם בתוצאה.

כעת הגענו לשלב השלישי שהוא סכימת שתי התוצאות שקיבלנו:

$$\begin{array}{r} 236 \\ \times 52 \\ \hline 472 \\ 1180 \\ \hline 12272 \end{array}$$

שימו לב – הסכום של 4 ו- 8 הוא 12, לכן נרשום 2 בתוצאה ו- 1 מעל הספרה הבאה משמאל.

חילוק ארוך

חילוק ארוך נראה כך: $745 \overline{)5}$

בחילוק ארוך נתחיל בחלוקה דווקא של הספרה השמאלית ביותר (בניגוד לכל המקרים למעלה בהם התחלנו דווקא מהספרה הימנית).

נתחיל בחלוקה של 7 ב-5.

נקבל תוצאה של 1 עם שארית 2.

נרשום את התוצאה 1 מעל 7 ואת השארית 2 נרשום מתחת ל-7.

במקביל נרשום את הספרה הבאה בתור שהיא 4 מימין לשארית של החלוקה הקודמת כך:

$$\begin{array}{r} 1 \\ 745 \overline{)5} \\ 24 \end{array}$$

כעת נחלק את 24 ב-5 ונקבל 4 עם שארית 4.

את התוצאה 4 נרשום מעל הספרה 4 במספר 745 (מימין ל-1).

את השארית 4 נרשום מתחת לספרה 4 מהמספר 24, ומימין לה את הספרה הבאה בתור במספר 745,

שהיא 5, כך:

$$\begin{array}{r} 14 \\ 745 \overline{)5} \\ 24 \\ 45 \end{array}$$

כעת נחלק את 45 ב-5 ונקבל 9.

נרשום את 9 מימין ל-4 מעל קו החלוקה:

$$\begin{array}{r} 149 \\ 745 \overline{)5} \\ 24 \\ 45 \end{array}$$

מכיוון ש-45 התחלק ללא שארית ב-9 ואין ספרות נוספות אותן לא חילקנו ב-5, סיימנו את התהליך

וקיבלנו ש-745 לחלק ל-5 הם 149.

לסיכום

ארבעה נושאים אלה אותם סקרנו - חיבור ארוך, חיסור ארוך, כפל ארוך וחילוק ארוך, הם נושאים שיש לשלוט בהם בצורה מוחלטת.

נושאים אלה ישמשו אותנו תוך כדי פתרון שאלות.

מכיוון שמדובר בנושאים טכניים, ולא חשיבתיים, אין סיבה וצורך "לבזבז" עליהם זמן יקר במבחן. ככל שנתרגל יותר נושאים אלה, כך השליטה שלנו בהם תגדל ומהירות הפתרון תקטן.