גיאומטריה

מעגלים

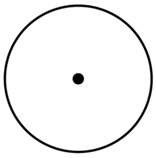
מעגלים

מושגים בסיסיים:

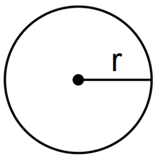
פאי: π היא אות יוונית המביעה את הקשר בין רדיוס וקוטר המעגל לשטחו והיקפו (על הקשר עצמו נרחיב בהמשך).

ערכו המספרי של π הוא 3.14 בקירוב (הוא ממשיך אין-סוף ספרות לאחר הנקודה העשרונית).

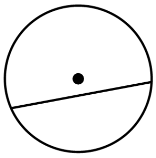
בבחינה הפסיכומטרית לרוב נתייחס ל- π בתור נעלם, ונזכור שערכו קצת גדול יותר מ- 3.



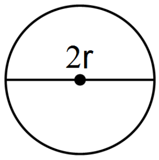
מעגל: אוסף כל הנקודות הנמצאות במרחק שווה מנקודת מרכז המעגל.



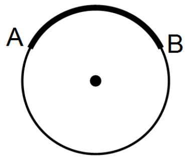
רדיוס: מסומן באות r בסרטוט, הקטע המחבר את מרכז המעגל עם נקודה כלשהי על היקפו.
כל הרדיוסים במעגל שווים באורכם.



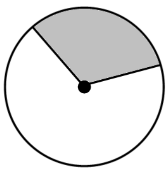
מיתר: קטע העובר בתוך המעגל ומחבר שתי נקודות שונות הנמצאות על היקפו.



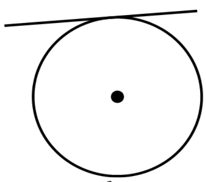
קוטר: מיתר במעגל העובר דרך מרכז המעגל.
הקוטר שווה לפעמיים הרדיוס. כל הקטרים במעגל שווים באורכם.
הקוטר הוא המיתר הארוך ביותר במעגל והוא מחלק את שטח המעגל לשני חלקים שווים.



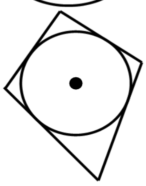
קשת: חלק מהיקף המעגל התחום בין שתי נקודות.
שימו לב: בין שתי נקודות על היקף מעגל קיימות שתי קשתות.
למשל, בסרטוט שלפניכם הקטע המודגש הוא הקשת הקצרה AB
והחלק מהיקף המעגל שאינו מודגש הוא הקשת הארוכה AB.



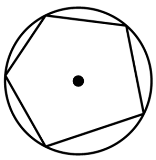
גזרה: השטח בין שני רדיוסים והקשת שביניהם.



משיק למעגל: ישר הנוגע בהיקף המעגל בנקודה אחת בלבד, הנקראת "נקודת ההשקה".



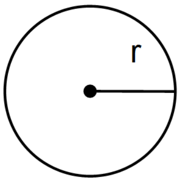
מצולע החוסם מעגל: מצולע שכל אחת מצלעותיו משיקה למעגל.



מצולע החסום במעגל: מצולע שכל קדקודיו נמצאים על היקף המעגל.

היקף מעגל

את היקף המעגל נמצא ע"י הכפלת קוטר המעגל ב- π (זכרו: קוטר המעגל שווה לפעמיים הרדיוס: $2r$).



כלל: היקף מעגל שאורך הרדיוס שלו r הוא $2\pi r$.

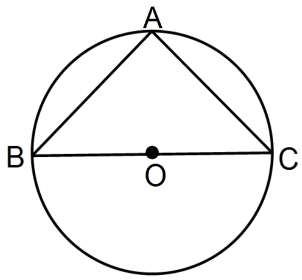
לדוגמה: היקף מעגל שאורך הרדיוס שלו 2 ס"מ הוא: 4π ס"מ $= 2\cdot\pi\cdot2$.

שאלה לדוגמה - היקף מעגל

בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו O.

המשולש ABC משולש שווה שוקיים וישר זווית ($AB = AC$).

נתון: $AB = \sqrt{2}$ ס"מ.

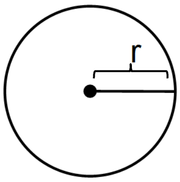


על פי נתונים אלה והנתונים שבסרטוט,
מה היקף המעגל (בס"מ)?

(1) $\sqrt{2}\cdot\pi$
(2) 2
(3) 2π
(4) 4π

פתרון: נוסחת היקף מעגל היא $2\pi r$. מכאן שהנתון אותו עלינו למצוא על מנת לחשב את היקף המעגל הוא אורך רדיוסו. מכיוון שאורך קוטר המעגל שווה לפעמיים אורך רדיוס המעגל, הרי שאם נמצא את אורכו, נוכל לחשב את היקף המעגל.
לפי הסרטוט, BC הוא קוטר במעגל (מיתר העובר דרך מרכז המעגל O). זווית BAC היא זווית היקפית הנשענת על קוטר ולכן בת 90^{o}. כתוצאה מכך, ABC הוא משולש שווה השוקיים וישר זווית. צלע BC היא היתר במשולש זה, ואורך הצלע AB ידוע לנו מנתוני השאלה.
אנו יודעים כי במשולשים ישרי זווית ושווי שוקיים יחס הצלעות הוא $1:1:\sqrt{2}$ ולכן אורך היתר יהיה: $AB\cdot\sqrt{2} = BC$.
נציב $AB = \sqrt{2}$ ס"מ ונמצא כי אורך BC, קוטר במעגל, הוא $2 = \sqrt{2}\cdot\sqrt{2}$ ס"מ.
לכן, נציב את אורכו בנוסחת היקף המעגל $2\pi r$ ונמצא כי הוא שווה ל- 2π ס"מ.
התשובה הנכונה היא (3).

שטח מעגל

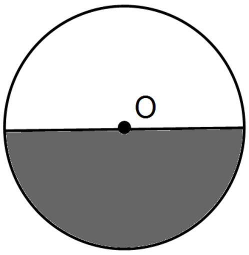


כלל: שטח מעגל שאורך רדיוסו r הוא πr^2 .

לדוגמה: שטח מעגל שאורך רדיוסו 2 ס"מ הוא 4π סמ"ר $= \pi \cdot 2^2$

שאלה לדוגמה - שטח מעגל

בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו O והיקפו 8π ס"מ.



על פי נתונים אלה והנתונים שבסרטוט,
מה גודל השטח הכהה (בסמ"ר)?

(1) 16π
(2) 2π
(3) 8π
(4) 4π

קוטר מחלק את המעגל לשני שטחים שווים. כתוצאה מכך, השטח הכהה מהווה מחצית משטח המעגל כולו.

על מנת להשתמש בנוסחת שטח מעגל (πr^2), עלינו למצוא את אורך הרדיוס.
נחשב את אורך הרדיוס בעזרת ההיקף הנתון לנו בשאלה.

נתון כי היקף המעגל הוא 8π ס"מ. נשווה היקף זה לנוסחת היקף מעגל ונחלץ את הרדיוס:
$8\pi = 2\pi r$, מכאן כי $8 = 2r$, ולכן $r = 4$ ס"מ.

כעת, נציב את הרדיוס שמצאנו בנוסחת שטח מעגל ונמצא כי הוא שווה ל- $\pi r^2 = \pi 4^2 = 16\pi$ סמ"ר.

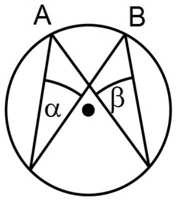
השטח הכהה מהווה מחצית משטח המעגל כולו. לכן, נחלק את שטח המעגל ב- 2 ונמצא כי השטח הכהה שווה ל- $\frac{16\pi}{2} = 8\pi$ סמ"ר.

התשובה הנכונה היא (3).

זווית היקפית

הגדרה: זווית היקפית היא זווית שקדקודה נמצא על היקף המעגל ושוקיה הם מיתרים במעגל.

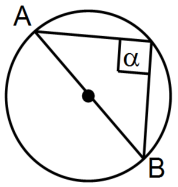
כלל: זוויות היקפיות הנשענות על אותה קשת שוות בגודלן.



לדוגמה: בסרטוט שלפניכם הזווית α והזוויות β נשענות שתיהן על הקשת AB ולכן שוות זו לזו בגודלן.

לפיכך: $\alpha = \beta$.

כלל: זווית היקפית הנשענת על קוטר (כלומר, על קשת שהיקפה מחצית מהיקף המעגל) היא זווית ישרה.



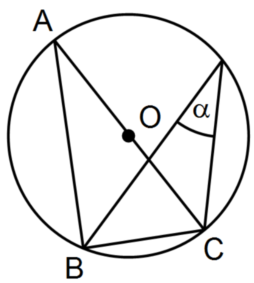
לדוגמה: בסרטוט שלפניכם הזווית α היא זוויות ישרה (AB קוטר).

$\alpha = 90°$.

שאלה לדוגמה - זווית היקפית

בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו O.

נתון: הקטע BC שווה באורכו לרדיוס המעגל.



$\alpha = ?$

(1) $30°$

(2) $45°$

(3) $60°$

(4) $90°$

פתרון: בשאלה זו אנו נשאלים על גודלה של הזווית היקפית α המסומנת בסרטוט.

זווית α והזווית ההיקפית BAC נשענות על אותה קשת BC ולכן הן שוות זו לזו.

מכאן שאם נמצא את ערכה של הזווית BAC, הרי שנדע גם את ערכה של הזווית α.

נשים לב כי זווית BAC היא זווית במשולש ABC. ננסה למצוא פרטים נוספים הנוגעים למשולש זה.

זווית ABC היא זווית היקפית הנשענת על קוטר ומכאן שהיא זווית ישרה. כמו כן, נתון כי BC שווה באורכו לרדיוס המעגל.
מכך אנו למדים כי הניצב BC שווה למחצית היתר AC (קוטר שווה לפעמיים הרדיוס).

משולש ישר זווית בו אורכו של אחד מהניצבים הוא מחצית מאורך היתר הוא משולש שזוויותיו $30°,60°,90°$.

במשולש מסוג זה, הניצב השווה למחצית היתר הוא הניצב הקטן ומולו הזווית בת ה $30°$.

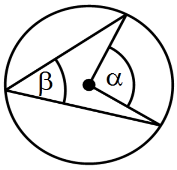
לכן, זווית BAC בת $30°$, ומכאן כי גם זווית α בת $30°$.

התשובה הנכונה היא (1).

זווית מרכזית

הגדרה: זווית מרכזית היא זווית שקדקודה במרכז המעגל ושוקיה הם רדיוסים במעגל.

כלל: זווית מרכזית גדולה פי 2 מכל זווית היקפית הנשענת על אותה הקשת.



לדוגמה: בסרטוט שלפניכם α הינה זווית מרכזית ו-β הינה זווית היקפית הנשענת על אותה הקשת.

לפיכך, $\alpha = 2\beta$.

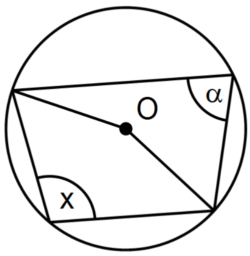
כלל: סכום כל הזוויות המרכזיות במעגל $360°$ (זווית "עגולה").

שאלה לדוגמה- זווית מרכזית

בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו O.

לפי נתון זה והנתונים שבסרטוט,

$\alpha = ?$



(1) x

(2) $\frac{x}{2}$

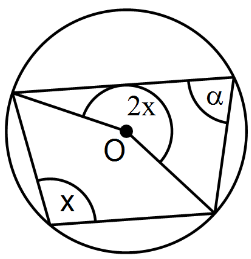
(3) $360° - 2x$

(4) $180° - x$

פתרון: בשאלה זו מסומנת זווית באות x ובעזרתה אנו צריכים להביע את זווית α.

הזווית המסומנת באות x היא זווית היקפית במעגל.

כפי שלמדנו, זווית מרכזית גדולה פי 2 מכל זווית היקפית הנשענת על אותה הקשת. לכן, נסמן כי זווית מרכזית זו כ-$2x$.



סכום הזוויות המרכזיות במעגל הוא $360°$, ומכאן שגודלה הזווית המרכזית המשלימה את הזווית המרכזית שמצאנו, יהיה $360° - 2x$.

זווית מרכזית זו נשענת על אותה הקשת כמו הזווית ההיקפית המסומנת ב-α, ומכך שהיא כפולה ממנה בגודלה.

נחלק את הזווית המרכזית שמצאנו ב-2 על מנת למצוא את α:

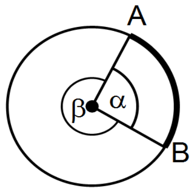
$$\alpha = \frac{360° - 2x}{2} = 180° - x$$

התשובה הנכונה היא (4).

משאלה זו אנו למדים כי סכומן של זוויות היקפיות הנשענות על קשתות שמשלימות אחת את השנייה להיקף מעגל שלם (במקרה זה הזוויות α ו-x) יהיה תמיד $180°$.

או במילים אחרות: **במרובע החסום במעגל, זוויות נגדיות משלימות ל-** $180°$. עוד על כך נרחיב בהמשך.

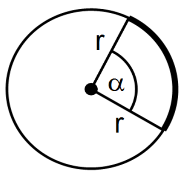
אורך קשת



הגדרה: קשת היא חלק מהיקף המעגל הנתחם על ידי שתי נקודות. לכל קשת מתאימה זווית מרכזית.

לדוגמה: לקשת הקצרה AB (המודגשת) מתאימה הזווית המרכזית α.

לקשת הארוכה AB מתאימה הזווית המרכזית β.



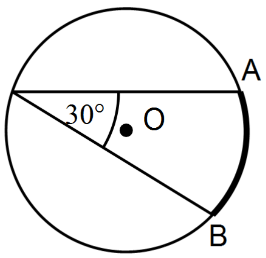
כלל: אורכה של קשת שהזווית המרכזית הנשענת עליה α במעגל שרדיוסו r הוא $2\pi r\cdot\frac{\alpha}{360}$.

לדוגמה: במעגל שרדיוסו 6 ס"מ, אורכה של קשת שהזווית המרכזית הנשענת עליה בת 120° הוא:

$2\pi\cdot6\cdot\frac{120}{360}=12\pi\cdot\frac{1}{3}=$ ס"מ 4π.

שאלה לדוגמה - אורך קשת

בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו O ושטחו 9π סמ"ר.



על פי נתונים אלה והנתונים שבסרטוט,

מה אורך הקשת הקצרה AB (הקו המודגש)?

(1) $\frac{3}{2}\cdot\pi$ ס"מ

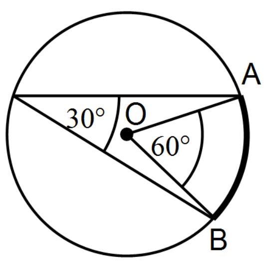
(2) π ס"מ

(3) $\frac{1}{2}\cdot\pi$ ס"מ

(4) 2π ס"מ

פתרון: נוסחת אורך קשת במעגל היא $2\pi r\cdot\frac{\alpha}{360}$.

על מנת להשתמש בנוסחה זו אנו זקוקים לשני נתונים: אורך רדיוס המעגל וגודל הזווית המרכזית הנשענת על הקשת.



שטח המעגל נתון, ולכן נמצא את רדיוס המעגל נשתמש בעזרת נוסחת שטח המעגל πr^2.

$\pi r^2=9\pi$, נצמצם את המשוואה ב-π ונמצא כי $r^2=9$.

מהוצאת שורש עולה כי $r=3$ ס"מ. כעת, נחפש את הזווית המרכזית הנשענת על הקשת AB.

נשים לב כי בסרטוט נתונה לנו זווית היקפית הנשענת גם היא על הקשת AB.

זווית היקפית הנשענת על אותה הקשת כמו זווית מרכזית שווה למחצית ממנה, ומכך שגודל הזווית המרכזית הנשענת על הקשת המודגשת AB הוא $2\cdot30=60^\circ$ (ראה סרטוט).

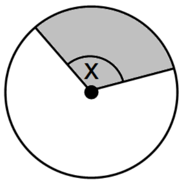
נציב את הנתונים שמצאנו בנוסחת אורך קשת ונמצא את אורך הקשת AB: $2\pi r\cdot\frac{\alpha}{360}=2\pi\cdot3\cdot\frac{60}{360}=6\pi\cdot\frac{1}{6}=\pi$.

אורך הקשת המודגשת π ס״מ. התשובה הנכונה היא (2).

שימו לב: על פי נוסחת אורך קשת, היחס בין אורך קשת להיקף המעגל זהה ליחס בין הזווית המרכזית של הקשת ל- $360°$.
מכאן ניתן להסיק כי:

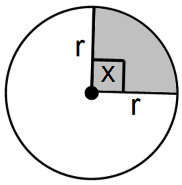
1. אם נתון היקף המעגל וזווית מרכזית, אזי ניתן למצוא את אורך הקשת עליה נשענת הזווית.
2. אם נתון היקף המעגל ואורכה של קשת ספציפית, אזי ניתן למצוא את הזווית המרכזית שנשענת על הקשת.
3. אם נתון אורך קשת ונתונה הזווית המרכזית הנשענת עליה, אזי ניתן למצוא את היקף המעגל.

שטח גזרה



הגדרה: גזרה היא השטח הנתחם בין שני רדיוסים והקשת שביניהם.
הזווית המרכזית הנוצרת בין שני הרדיוסים נקראת גם זווית הראש של הגזרה.

לדוגמה: בסרטוט שלפניכם השטח הכהה הוא גזרה שזווית הראש שלה x.



הגדרה: שטחה של גזרה שזווית הראש שלה **x** במעגל שרדיוסו **r** הוא $\pi r^2 \cdot \frac{x}{360}$.

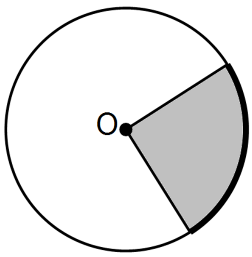
לדוגמה: במעגל שרדיוסו 4 ס״מ שטחה של גזרה שזווית הראש שלה בת $90°$ הוא:

$$\pi 4^2 \cdot \frac{90}{360} = 16\pi \cdot \frac{1}{4} = 4\pi \text{ סמ״ר}$$

שאלה לדוגמה - שטח גזרה

בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו O והיקפו 8π ס״מ.

נתון: אורך הקשת המודגשת 2π ס״מ.



על פי נתונים אלה והנתונים שבסרטוט,
מה שטח הגזרה הכהה (בסמ״ר)?

(1) π
(2) 2π
(3) 8π
(4) 4π

פתרון: נוסחת אורך קשת היא $2\pi r \cdot \frac{\alpha}{360}$ ונוסחת שטח גזרה היא $\pi r^2 \cdot \frac{x}{360}$.

מכך ניתן להסיק כי **כאשר גזרה וקשת בעלות זווית מרכזית זהה ($x = \alpha$), היחס בין שטח הגזרה לשטח המעגל זהה ליחס בין אורך הקשת להיקף המעגל.**

נמצא את היחס בין הקשת המודגשת להיקף המעגל: $\frac{2\pi}{8\pi} = \frac{1}{4}$. מכך נסיק כי שטח הגזרה הכהה הוא רבע משטח המעגל.

נחלץ מנוסחת היקף המעגל (שערכו ידוע) את אורך הרדיוס ובעזרתו נחשב את שטח המעגל.

$2\pi r = 8\pi$ ומכך ש- $r = 4$ ס"מ. נציב את הרדיוס בנוסחת שטח מעגל (πr^2) ונמצא כי הוא שווה ל- $\pi 4^2 = 16\pi$ סמ"ר.

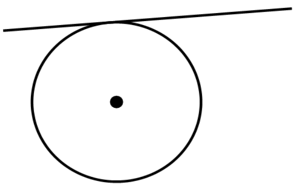
שטח הגזרה הוא, כאמור, רבע משטח המעגל ולכן הוא שווה ל- $\frac{1}{4} \cdot 16\pi = 4\pi$ סמ"ר. התשובה הנכונה היא (4).

שימו לב: על פי נוסחת שטח גזרה, היחס בין שטח הגזרה לשטח המעגל זהה ליחס בין הזווית המרכזית של הגזרה ל- $360°$.
מכאן ניתן להסיק כי:

1. אם נתון שטח המעגל וזווית מרכזית, אזי ניתן למצוא את שטח הגזרה הנשענת עליה.
2. אם נתון שטח המעגל ושטח של גזרה ספציפית, אזי ניתן למצוא את הזווית המרכזית שנשענת על הגזרה.
3. אם נתון שטח גזרה ונתונה הזווית המרכזית הנשענת עליה, אזי ניתן למצוא את שטח המעגל.

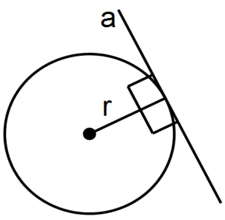
משיק למעגל

הגדרה: משיק למעגל הוא ישר הנוגע בהיקף המעגל בנקודה אחת בלבד, הנקראת "נקודת ההשקה".



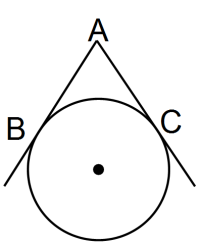
כלל: הזווית בין המשיק לרדיוס בנקודת ההשקה היא זווית ישרה.

לדוגמה: בסרטוט שלפניכם הזווית בין הישר a (המשיק למעגל) לרדיוס המעגל (r) בת $90°$.



כלל: שני משיקים למעגל היוצאים מנקודה אחת שווים זה לזה באורכם (האורך נמדד מנקודת החיתוך בין המשיקים ועד לנקודת ההשקה עם המעגל).

לדוגמה: בסרטוט שלפניכם הנקודה A נקודת החיתוך בין המשיקים.
B ו- C נקודות ההשקה למעגל, לכן: $AB = AC$.

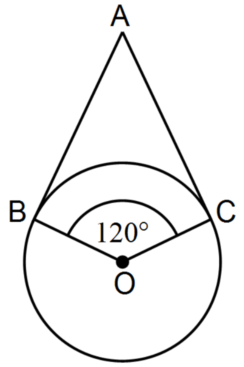


שאלה לדוגמה - משיק למעגל

בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו O והיקפו 4π ס"מ.

על פי נתונים אלה והנתונים שבסרטוט,

מה היקף המרובע ABOC (בס"מ)?



(1) $4(1+\sqrt{3})$

(2) $4(1+\frac{\sqrt{3}}{2})$

(3) $4(1+\sqrt{2})$

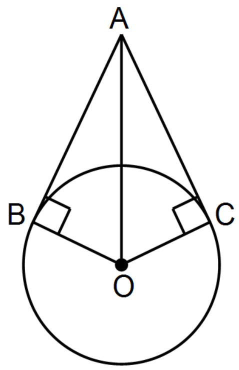
(4) 8

פתרון: היקף המרובע ABOC מורכב מאורכם של שני רדיוסים (OB ו- OC) ושני משיקים השווים זה לזה (AB ו- AC היוצאים מאותה הנקודה). לכן, נחשב את אורכו של הרדיוס ואת אורכו של אחד המשיקים ונוכל לחשב את היקף הדלתון שנוצר.

אורך הרדיוס: היקף המעגל 4π ס"מ. נשווה לנוסחת היקף מעגל על מנת לחלץ את הרדיוס: $2\pi r = 4\pi$ ומכך ש- $r = 2$ ס"מ.

אורך המשיק: נמצא את אורכו בעזרת בניית עזר. ניצור משולש שאחת מצלעותיו היא רדיוס המעגל וצלע נוספת היא המשיק.

נעשה זאת על ידי חיבור הנקודות A ו- O (ראה סרטוט).



זווית ABO היא זווית בין משיק לרדיוס ולכן בת $90°$ ולכן משולש ABO ישר זווית.

הצלע AO משותפת, הצלעות BO ו- CO הן רדיוסים והצלעות AB ו- AC משיקים היוצאים מאותה נקודה), מכאן שהמשולשים ABO ו- AOC חופפים.

מכך שהמשולשים חופפים אנו למדים כי הזווית AOB שווה לזווית AOC ושתיהן יחדיו מרכיבות את הזווית BOC. לכן, זווית AOB שווה למחצית הזווית BOC: $\frac{120°}{2} = 60°$.

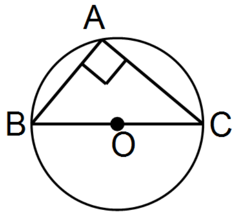
נחזור למשולש ABO: זהו משולש שזוויותיו $30,60,90$. במשולש מסוג זה יחס הצלעות $1:\sqrt{3}:2$.

כפועל יוצא מכך, אורך הצלע AB, המשיק למעגל, הוא $2\sqrt{3}$ ס"מ.

נחשב את היקף המרובע ABOC: נחבר את פעמיים הרדיוס ופעמיים את אורך המשיק ונמצא כי הוא שווה ל- $4(1+\sqrt{3})$ ס"מ $= 4+4\cdot\sqrt{3} = 2\cdot 2+2\cdot 2\sqrt{3}$.

התשובה הנכונה היא (1)

משולש חסום במעגל



הגדרה: משולש שכל קדקודיו מצויים על היקף המעגל חסום במעגל.

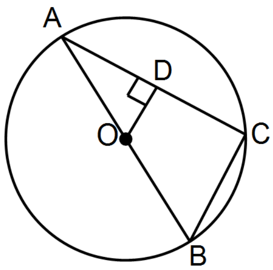
כלל: ניתן לחסום כל משולש במעגל. לכל משולש מעגל אחד בלבד החוסם אותו.

כלל: אם המשולש החסום הוא ישר זווית, מרכז המעגל החוסם נמצא באמצע יתר המשולש.

לדוגמה: בסרטוט שלפניכם משולש ABC חסום במעגל שמרכזו O.

הזווית BAC ישרה ומכך שמרכז המעגל, הנקודה O, היא אמצע היתר BC.

שאלה לדוגמה - משולש חסום במעגל



בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו O.

נתון: $AD = 3$ ס"מ

$OD = 2$ ס"מ

על פי נתונים אלה והנתונים שבסרטוט,
מה שטח המרובע OBCD (בסמ"ר)?

(1) 6
(2) 9
(3) 3
(4) 12

פתרון: שטח המרובע OBCD הוא ההפרש בין שטח המשולש ABC לבין שטח המשולש AOD.

משולש AOD הוא משולש ישר זווית שאורכי ניצביו ידועים לנו, ולכן נוכל לחשב את שטחו.

נוסחת שטח משולש ישר זווית היא: $\frac{\text{ניצב} \cdot \text{ניצב}}{2}$.

נציב את אורכי הניצבים $AD = 3$ ס"מ ו-$OD = 2$ ס"מ בנוסחה ונמצא ששטח המשולש שווה ל- 3 סמ"ר $= \frac{3 \cdot 2}{2}$.

נתבונן על משולש ABC: אחת מצלעות המשולש, הצלע AB, משמשת קוטר במעגל.

מכך נלמד כי הזווית ACB, זווית היקפית הנשענת על קוטר, היא זווית ישרה.

זווית BAC במשולש ABC היא גם זווית OAD במשולש AOD. בשני המשולשים זווית ישרה, ומכאן שגם הזווית הנותרת במשולשים זהה. לכן, נוכל להסיק כי המשולשים דומים.

נחפש את יחס הדמיון: משולש ABC ישר הזווית חסום במעגל, ומכך נוכל להבין כי מרכז המעגל מחלק את יתר המשולש לשני חלקים שווים. לכן, ניתן לומר כי $AB : AO = 2 : 1$ ויחס הדמיון בין המשולשים AOD ו ABC הוא $1 : 2$.

בצורות דומות, יחס שטחים הוא היחס הקווי בריבוע. מכאן שהיחס בין שטחי המשולשים הוא: $1 : 4 = 1^2 : 2^2$.

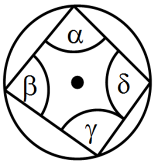
שטח המשולש ABC גדול פי 4 משטח המשולש AOD ולכן שווה ל- 12 סמ"ר $= 3 \cdot 4$.

שטח המרובע OBCD הוא, כאמור, ההפרש בין שטח המשולש ABC לבין שטח המשולש AOD.

נחשב: שטח המרובע OBCD $= 9$ סמ"ר $= 3 - 12$. **התשובה הנכונה היא (2).**

מרובע חסום במעגל

הגדרה: מרובע החסום במעגל הוא מרובע שכל קדקודיו נמצאים על היקף המעגל.
לא כל מרובע ניתן לחסום במעגל.



כלל: במרובע החסום במעגל סכום הזוויות הנגדיות תמיד שווה ל- $180°$.

לדוגמה: בסרטוט שלפניכם מרובע החסום במעגל ולכן מתקיים:

$$\alpha + \gamma = 180°$$

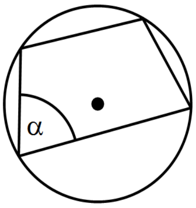
$$\beta + \delta = 180°$$

דגש: מרובעים נפוצים אותם ניתן לחסום במעגל הם: ריבוע, מלבן וטרפז שווה שוקיים.

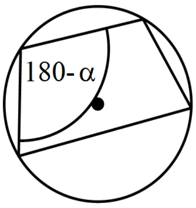
שאלה לדוגמה - מרובע חסום במעגל

מה ניתן לומר לגבי טרפז החסום במעגל?

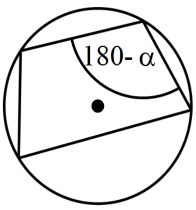
(1) לא קיים טרפז שניתן לחסום במעגל
(2) ניתן לחסום כל טרפז במעגל
(3) ניתן לחסום במעגל טרפז אך ורק אם הוא שווה שוקיים
(4) ניתן לחסום במעגל טרפז אך ורק אם הוא ישר זווית



פתרון: נסרטט טרפז חסום במעגל לצורך המחשה.
נסמן את אחת מזוויותיו, ואין זה משנה איזו, באות α.
כעת ננסה למצוא את יתר זווית הטרפז:



בטרפז זוג זווית סמוכות על אותה השוק משלימות ל- $180°$.
נסמן את הזווית הסמוכה לזווית α על גבי הסרטוט.

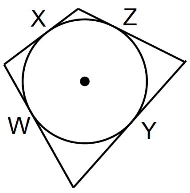


במרובע החסום במעגל זווית נגדיות משלימות ל- $180°$.
נסמן את הזווית הנגדית לזווית α על גבי הסרטוט.

מצאנו שתי זווית בטרפז השוות ל- $180° - \alpha$ ומכך עולה כי **טרפז החסום במעגל הוא בהכרח טרפז שווה שוקיים.**
התשובה הנכונה היא (3).

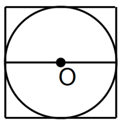
<u>מרובע החוסם מעגל</u>

הגדרה: מרובע החוסם מעגל הוא מרובע שכל אחת מצלעותיו משיקה למעגל.
לא כל מרובע יכול לחסום מעגל.



כלל: במרובע החוסם מעגל, סכום האורכים של כל זוג צלעות נגדיות שווה.

לדוגמה: בסרטוט שלפניכם מרובע החוסם במעגל ולכן מתקיים כי $x + y = w + z$



כלל: כאשר המרובע החוסם הוא ריבוע, אורך צלע הריבוע שווה לאורך קוטר המעגל.

דגש: מרובעים נפוצים היכולים לחסום מעגל: ריבוע, מעוין, דלתון, טרפז (טרפז מסוים בו סכום אורכי הבסיסים שווה לסכום אורכי השוקיים).

שאלה לדוגמה - מרובע החוסם מעגל

איזה מהמרובעים הבאים בהכרח **לא יכול** לחסום מעגל?

(1) ריבוע
(2) טרפז שווה שוקיים
(3) מעוין
(4) מלבן שאינו ריבוע

פתרון: התנאי לחסימת מעגל במרובע הוא שסכום אורכי צלעותיו הנגדיות של המרובע שוות. נבדוק את התשובות האפשריות:
בריבוע, כל הצלעות שוות ולכן סכום האורכים של כל זוג צלעות נגדיות בהכרח זהה.
בטרפז שווה שוקיים אמנם אין הכרח שסכום האורכים של כל זוג צלעות נגדיות יהיה זהה, אך בגלל שאין מגבלה מהותית לאורכי צלעות טרפז, מצב זה אפשרי בהחלט. הדבר יכול להתרחש אם אחד הבסיסים ארוך מהשוק והבסיס האחר קצר ממנה (באותה מידה).
במעוין כל הצלעות שוות, ולכן סכום האורכים של כל זוג צלעות נגדיות בהכרח שווה.
במלבן שאינו ריבוע בהכרח ישנו זוג צלעות נגדיות הקצר באורכו מזוג הצלעות הנגדיות השני (אם הצלעות היו שוות, היה מדובר בריבוע). זו התשובה הנכונה.
התשובה הנכונה היא (4).

<u>סוף שיעור – בהצלחה בתרגול!</u>