

# בעיות כמותיות

---

## בעיות ממוצע

## בעיות ממוצע

### ממוצע חשבוני פשוט

ממוצע הוא נושא רחב מאוד בבחינה וכולל הרבה סוגי שאלות, עליהם נפרט בשיעור זה.

נתחיל מהגדרה הבסיסית ביותר של ממוצע:

**ממוצע שווה לסכום האיברים חלקי מספר האיברים.**

$$\frac{\text{סכום האיברים}}{\text{מספר האיברים}} = \text{ממוצע}$$

נתחיל בדוגמה פשוטה ובסיסית ביותר:

נתונים שלושה חברים כאשר לאחד מהם 100 שקלים, לשני 150 שקלים ולשלישי 500 שקלים. אם אנו רוצים לדעת כמה שקלים **בממוצע** יש לכל אחד מהחברים, עלינו לסכום את האיברים (750 = 100 + 150 + 500) ולחלק את הסכום במספר האיברים, כלומר 3:

$$\frac{750}{3} = 250$$

קיבלנו שלכל אחד מהחברים יש **בממוצע** 250 שקלים.

כפי שניתן לראות, הממוצע מקיים משוואה, כלומר הוא שווה לסכום האיברים חלקי מספר האיברים. לכן, כל אחד ממרכיבי המשוואה יכול להיות הנעלם אותו אנו מחפשים.

דוגמה נוספת:

נתונים שלושה חברים כאשר לאחד מהם 20 שקלים, לשני 30 שקלים ואילו מספר השקלים של השלישי אינו ידוע. כמו כן, נתון שהממוצע שלהם הוא 34 שקלים. נסמן את הסכום של החבר השלישי ב-a, ונציב את הנתונים במשוואת הממוצע:

$$\frac{20 + 30 + a}{3} = 34$$

נכפול את שני אגפי המשוואה ב-3:  $20 + 30 + a = 102$ . כעת, נעביר אגפים:  $a = 52$ . מצאנו שלחבר השלישי ישנם 52 שקלים.

**שאלה לדוגמה - ממוצע חשבוני פשוט**

מורן דיברה בטלפון ביום ראשון במשך שעה וחצי, ביום שני במשך שתיים, וביום שלישי במשך חצי שעה בלבד.

כמה דקות בממוצע דיברה מורן בטלפון בכל יום?

(1) 45

(2) 60

(3) 40

(4) 80

**פתרון**

מאחר שהתשובות בדקות, נמיר את נתוני השאלה משעות לדקות.

ביום הראשון, דיברה מורן במשך שעה וחצי, כלומר 90 דקות.

ביום השני, דיברה מורן במשך שתיים, כלומר 120 דקות.

ביום השלישי, דיברה מורן במשך חצי שעה, כלומר 30 דקות.

לפיכך, סכום האיברים שלנו הוא:  $90 + 120 + 30 = 240$ . כלומר, 240 דקות. כמו כן, מספר האיברים הוא 3 ימים. כעת נציב את הנתונים במשוואת הממוצע:

$$\frac{240}{3} = 80 \text{ . כלומר, מורן דיברה 80 דקות בממוצע בכל יום.}$$

**התשובה הנכונה היא (4).**

**שאלה נוספת - ממוצע חשבוני פשוט**

נתונים 8 מספרים שונים זה מזה, מחציתם חיוביים ומחציתם שליליים, שסכומם 80.

מה הממוצע של 8 המספרים?

(1) 10

(2) 8

(3) 0

(4) אי-אפשר לדעת על פי הנתונים

**פתרון**

אל לנו לתת לנתונים הרבים לבלבל אותנו. נתון לנו סכום המספרים 80, וכן מספר האיברים 8.

לפיכך, ניתן להציב את הנתונים במשוואת הממוצע - סכום האיברים חלקי מספר האיברים:

$$10 = \frac{80}{8} \text{ . כלומר, הממוצע הוא 10.}$$

**התשובה הנכונה היא (1).**

## שאלה נוספת - ממוצע חשבוני פשוט

$$a + b = 4 \quad \text{נתון:}$$

$$b + c = 7$$

$$c + a = 13$$

מה הממוצע של  $a$ ,  $b$  ו- $c$ :

$$12 \quad (1)$$

$$8 \quad (2)$$

$$6 \quad (3)$$

$$4 \quad (4)$$

**פתרון**

כל אחד מהנעלמים מופיע פעמיים בשלוש המשוואות, לכן נוכל לחבר אותן ולאחר מכן לחלק ב-2, כך נקבל את סכום האיברים:

$$(a + b) + (b + c) + (c + a) = 4 + 7 + 13$$

$$2a + 2b + 2c = 24 \quad \text{נכנס איברים דומים ונקבל:}$$

$$a + b + c = 12 \quad \text{נחלק ב-2:}$$

כעת, נחלק את שני צדי המשוואה ב-3 ונקבל את סכום האיברים חלקי מספר האיברים, כלומר את הממוצע:

$$\frac{a + b + c}{3} = 4$$

התשובה הנכונה היא (4).

## שאלה נוספת - ממוצע חשבוני פשוט

ממוצע מספר העגילים של ענבל ועדי קטן ב-5 מממוצע מספר העגילים של ענבל וקרן.

מספר העגילים של קרן גדול ב-\_\_\_\_\_ ממספר העגילים של עדי.

$$10 \quad (1)$$

$$8 \quad (2)$$

$$6 \quad (3)$$

$$4 \quad (4)$$

**פתרון**

נסמן את מספר העגילים של כל אחת מהבנות בשאלה בנעלם ולאחר מכן נבנה משוואה באמצעות הנתונים:

עדי ב- $a$ , ענבל ב- $b$  וקרן ב- $c$ .

לפיכך, ממוצע העגילים של עדי וענבל הוא:  $\frac{a+b}{2}$ , וממוצע העגילים של ענבל וקרן הוא:  $\frac{b+c}{2}$ .

מאחר שממוצע העגילים של ענבל ועדי קטן ב-5, נוסיף לממוצע שלהן 5 על מנת ליצור משוואה:  $\frac{a+b}{2} + 5 = \frac{b+c}{2}$ .

נכפיל את שני אגפי המשוואה ב-2:  $a + b + 10 = b + c$ . נחסר את  $b$  משני האגפים:  $a + 10 = c$ .

אם אנו נדרשים להוסיף 10 למספר העגילים של עדי על מנת שיהיה שווה לזה של קרן, אזי לקרן 10 עגילים יותר.

התשובה הנכונה היא (1).

## ממוצע משוקלל - חלק א'

ממוצע משוקלל הוא ממוצע המחושב בין קבוצות שונות כאשר מתחשבים במשקל של כל קבוצה.

### לדוגמה:

נתונות לנו שתי קבוצות:

(1) 20 ילדים שלכל אחד מהם 60 אגוזים.

(2) 40 ילדים שלכל אחד מהם 120 אגוזים.

אם נישאל מה מספר האגוזים הממוצע של כל 60 הילדים, נוכל לחשב זאת כך:

בקבוצה הראשונה יש 20 ילדים כאשר לכל אחד מהם 60 אגוזים, ולפיכך סכום האגוזים שלהם הוא:  $20 \cdot 60 = 1,200$ .

בקבוצה השנייה יש 40 ילדים כאשר לכל אחד מהם 120 אגוזים, ולפיכך סכום האגוזים שלהם הוא:

$$40 \cdot 120 = 4,800$$

נציב את הנתונים במשוואת הממוצע ונקבל:  $100 = \frac{1,200 + 4,800}{60} = \frac{6,000}{60}$ , כלומר 100 אגוזים בממוצע

לכל ילד.

אם לדוגמה היו בקבוצה הראשונה 2 ילדים בלבד ובקבוצה השנייה 4 ילדים בלבד, הממוצע היה זהה, שכן בקבוצה הראשונה סכום האגוזים היה  $2 \cdot 60 = 120$  ובקבוצה השנייה  $4 \cdot 120 = 480$ . נציב את הנתונים במשוואת הממוצע:

$$100 = \frac{120 + 480}{6}$$

מהדוגמה הזו אנו למדים שכמות הילדים בכל קבוצה אינה משנה, אלא המשקל היחסי שלה.

כלומר, בדוגמה הספציפית הזו, כל עוד הקבוצה השנייה גדולה פי 2 מהראשונה, לא משנה באילו מספרים מדובר - הממוצע הוא 100.

### שאלה לדוגמה - ממוצע משוקלל

בקורס מסוים, אייל קיבל ציון 30 בבחינת המבוא, ציון 70 בבחינת האמצע, וציון 80 בבחינת הסיום. ציונו של אייל בקורס מחושב כך שלבחינת האמצע משקל כפול משל בחינת המבוא ולבחינת הסיום משקל כפול משל בחינת האמצע.

מה ציונו של אייל בקורס זה?

(1) 70

(2) 75

(3) 60

(4) 50

### פתרון

נמצא את משקלה היחסי של כל בחינה ולאחר מכן נחשב את הממוצע המשוקלל.

נקבע שמשקלה של בחינת המבוא הוא יחידה 1. לכן, משקלה של בחינת האמצע הוא 2 יחידות (כפול מבחינת המבוא) ושל בחינת הסיום הוא 4 יחידות (כפול מבחינת האמצע).

נציב את הנתונים במשוואת הממוצע כאשר אנו מתחשבים במשקל כל מבחן:

$$70 = \frac{1 \cdot 30 + 2 \cdot 70 + 4 \cdot 80}{7} = \frac{30 + 140 + 320}{7} = \frac{490}{7}$$

כלומר, ציונו של אייל בקורס זה הוא 70.

התשובה הנכונה היא (1).

## ממוצע משוקלל - חלק ב'

בחלק הזה של השיעור נלמד לזהות את המיקום של הממוצע, כלומר את המרחק שלו ביחס לכל אחת מהקבוצות עוד לפני שאנו ממקמים אותו במדויק, כלומר פותרים את השאלה.

לצורך כך, נשתמש בדוגמה מחלק א':

קבוצה ובה 20 ילדים כאשר לכל אחד 60 אגוזים, וקבוצה שבה 40 ילדים כאשר לכל אחד 120 אגוזים.

אנו יודעים מהחלק הקודם של השיעור שממוצע האגוזים אשר ברשות כל ילד הוא 100. ניתן לראות כי 100 (הממוצע) קרוב יותר ל-120 (ממוצע האגוזים של כל ילד בקבוצה שבה 40 ילדים) מאשר ל-60 (ממוצע האגוזים לילד בקבוצה שבה 20 ילדים). הסיבה לכך פשוטה והיא ש-40 ילדים הם יותר מ-20 ילדים.

אם הקבוצות שלנו היו שוות - 20 ילדים בכל קבוצה - הממוצע היה בדיוק באמצע (90 אגוזים לכל ילד).

אולם, כאשר קבוצה אחת גדולה מהשנייה היא "מושכת" אליה את הממוצע, כלומר הממוצע יהיה קרוב יותר אליה בוודאות.

יותר מכך, כאשר נתון לנו גודל כל קבוצה, נוכל לקבוע בדיוק פי כמה הממוצע יהיה קרוב יותר לאחת הקבוצות.

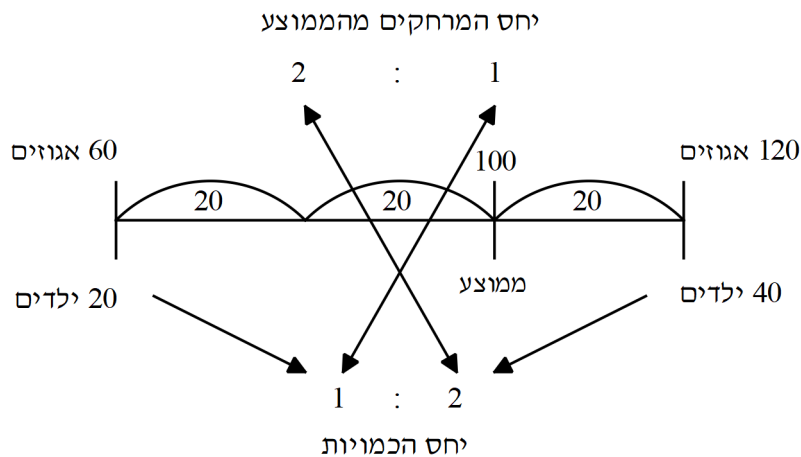
אם נחזור לדוגמה, יחס הכמויות בין הקבוצות הוא 20:40 ילדים, ולאחר צמצום ב-20, יחס הכמויות הוא 1:2, כלומר הקבוצה שבה 40 ילדים גדולה פי 2 מהקבוצה שבה 20 ילדים, ולפיכך הממוצע יהיה קרוב אליה פי 2.

המרחק של הממוצע מהקבוצה שבה 40 ילדים הוא 20, ואילו מזו של ה-20 ילדים הוא 40. (בדוגמה הזו אנו יודעים את המרחק של הממוצע מכל קבוצה, אך כמובן שיכולנו למצוא אותו על פי יחס הכמויות).

מהדוגמה הזו אנו למדים שיחס הכמויות **הפוך** ליחס המרחקים. כלומר הקבוצה שבה 40 ילדים **גדולה פי 2** ולכן הממוצע **קרוב אליה פי 2** (מרחק הממוצע ממנה הוא 20 ומהקבוצה השנייה 40).

לסיכום, כאשר אנו עושים ממוצע בין שתי קבוצות, הממוצע תמיד יהיה קרוב יותר לקבוצה שבה יש יותר איברים. יותר מכך, נוכל לקבוע בדיוק כמה קרוב יותר על פי יחס הכמויות בין הקבוצות.

ניתן לפתור שאלות ממוצע משוקלל באמצעות ציר:



**שאלה נוספת - ממוצע משוקלל**

בשדה עגבניות יש 15 ערוגות, ובכל ערוגה 5 או 6 שתילי עגבנייה. מספר השתילים הממוצע בכל ערוגה הוא  $5\frac{1}{5}$ .

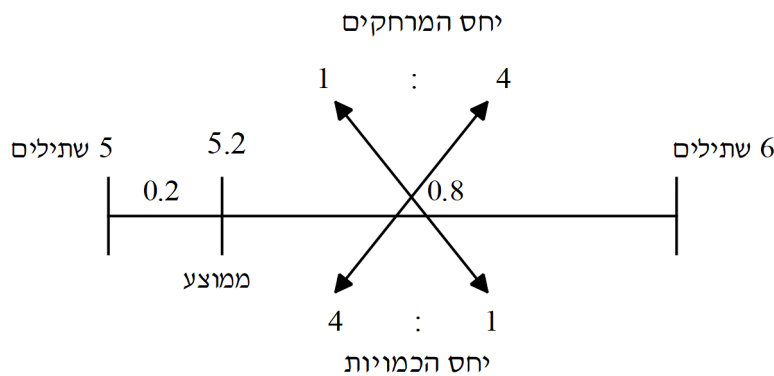
בכמה ערוגות יש בדיוק 6 שתילים?

- (1) 6
- (2) 10
- (3) 3
- (4) 12

**פתרון**

**דרך א' - שימוש בציר ובדיקת תשובות:**

$5\frac{1}{5} = 5.2$ . נתון לנו כי מספר השתילים הממוצע בכל ערוגה הוא 5.2. נמצא את המרחק של כל אחת מהקבוצות מהממוצע ונזכור שיחס המרחקים הפוך ליחס הכמויות. המרחק של 5.2 מ-5 הוא 0.2. כמו כן, המרחק של 5.2 מ-6 הוא 0.8. 0.2 הוא רבע מ-0.8, כלומר היחס בין הקבוצות הוא 1:4 ולכן ניתן לקבוע כי ישנן פי 4 ערוגות בהן יש 5 שתילים, שכן יחס המרחקים הפוך ליחס הכמויות. נדגים זאת על גבי ציר:



לפיכך, מספר הערוגות בהן יש 6 שתילים צריך להיות קטן פי 4 ממספר הערוגות בהן יש 5 שתילים כאשר ישנן בסך הכל 15 ערוגות. נבדוק את התשובות ונראה איזו תשובה מקיימת את הנתונים:

- תשובה (1):** אם יש 6 ערוגות בהן 6 שתילים, אזי ישנן 9 ערוגות בהן יש 5 שתילים. 9 לא גדול מ-6 פי 4. התשובה נפסלת.
- תשובה (2):** אם יש 10 ערוגות בהן 6 שתילים, אזי ישנן 5 ערוגות בהן יש 5 שתילים. 5 לא גדול מ-10 פי 4. התשובה נפסלת.
- תשובה (3):** אם יש 3 ערוגות בהן 6 שתילים, אזי ישנן 12 ערוגות בהן יש 5 שתילים. 12 גדול מ-3 פי 4. זו התשובה הנכונה.
- תשובה (4):** אם יש 12 ערוגות בהן 6 שתילים, אזי ישנן 3 ערוגות בהן יש 5 שתילים. 3 לא גדול מ-12 פי 4. התשובה נפסלת.

**דרך ב' - משוואת ממוצע משוקלל:**

נסמן את מספר הערוגות בהן 6 שתילים ב-x. לפיכך, מספר הערוגות בהן יש 5 שתילים הוא  $15 - x$ .

$$\frac{6 \cdot x + 5 \cdot (15 - x)}{15} = 5\frac{1}{5}$$

נציב את הנתונים במשוואת הממוצע (סך כל השתילים לחלק למספר הערוגות):

$$6x + 75 - 5x = 78$$

$$x = 3$$

**התשובה הנכונה היא (3).**

**שאלה נוספת - ממוצע משוקלל**

תערובת תבלינים מיוחדת עולה 54 שקלים ל-100 גרם.  
 התערובת מורכבת מתבלין a שמחירו 66 שקלים ל-100 גרם,  
 ומתבלין b שמחירו 51 שקלים ל-100 גרם, ומהם בלבד.

משקלו של תבלין b בתערובת גדול פי \_\_\_\_\_ ממשקלו של תבלין a בתערובת.

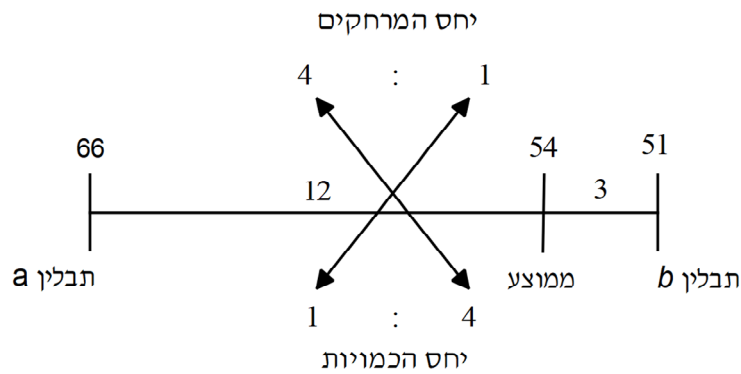
- 1.5 (1)
- 2 (2)
- 3 (3)
- 4 (4)

**פתרון**

נתון לנו המחיר המשוקלל של התערובת, כלומר המחיר הממוצע בהתחשב בכל כמות.  
 נבדוק מה המרחק של כל אחת מהקבוצות מהממוצע, ונזכור **שיחס המרחקים הפוך ליחס הכמויות**.

המרחק של מחיר תערובת a מהממוצע הוא  $(66 - 54) = 12$ , ואילו המרחק של מחיר תערובת b מהממוצע הוא  $(51 - 54) = -3$ .  
 כלומר, יחס המרחקים מהממוצע הוא 12:3. לפיכך, יחס הכמויות יהיה הפוך.

נמקם את הנתונים על גבי ציר:



משקלו של תבלין b הוא פי 4 ממשקלו של תבלין a בתערובת.  
**התשובה הנכונה היא (4).**



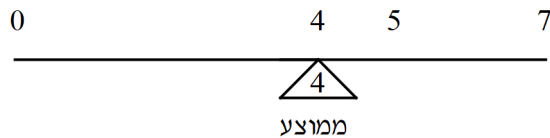
## תכונות הממוצע

בשיעור זה נתייחס לתכונות הממוצע - מיקומו, מיקום האיברים ביחס אליו, מה קורה כאשר מוסיפים או מורידים איבר מהקבוצה וכן הלאה.

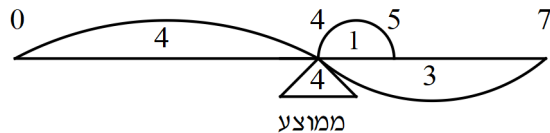
ניקח לדוגמה 4 חברים כאשר לאחד מהם 7 אגוזים, לשני 5, לשלישי 4 ולרביעי אין אגוזים כלל.

סכום האגוזים של 4 החברים הוא  $0 + 4 + 5 + 7 = 16$ , וישנם 4 חברים. לפיכך, ממוצע האגוזים שלהם הוא:  $\frac{16}{4} = 4$ .

על מנת להבין טוב יותר את הכללים שעליהם אנו רוצים לדבר, נציג את מספר האגוזים של כל אחד מהחברים על גבי נדנדה, כאשר נקודת האיזון שלה היא הממוצע:



ניתן לראות שהמרחק של 0 מהממוצע הוא 4, המרחק של 4 מהממוצע הוא 0, המרחק של 5 מהממוצע הוא 1 והמרחק של 7 מהממוצע הוא 3.



ניתן לראות כי **סכום המרחקים של האיברים שקטנים מהממוצע** (המרחק של 0 מ-4) שווה **לסכום המרחקים של האיברים שגדולים מהממוצע** (המרחק של 7 מ-4 ועוד המרחק של 5 מ-4, כלומר  $3 + 1 = 4$ ), וזו הסיבה שהגדרנו את הממוצע כנקודת איזון.

אם היה מצטרף חבר נוסף שלו 4 אגוזים (עלינו להוסיף לסכום 4 ולמספר האיברים 1), הממוצע היה:  $\frac{16 + 4}{4 + 1} = \frac{20}{5} = 4$ . כלומר, בדיוק אותו ממוצע.

מהדוגמה הזו אנו למדים שכאשר מצטרף **איבר בגודל הממוצע**, הוא אינו משפיע עליו.

כמו כן, אם במקום הצטרפות חבר חדש, היה עוזב החבר בעל 4 האגוזים, הממוצע היה:  $\frac{16 - 4}{4 - 1} = \frac{12}{3} = 4$ . בדיוק אותו ערך.

כלומר, גם כאשר נוריד **איבר בגודל הממוצע**, הוא לא ישתנה.

כמו כן, ניתן לקבוע שהוספה של איבר אשר גדול מהממוצע בהכרח תגדיל אותו, והוספה של איבר אשר קטן מהממוצע בהכרח תקטין אותו.

יותר מכך, ניתן לקבוע בדיוק בכמה האיבר שהוספנו יגדיל/יקטין את הממוצע.

הוספה של איבר גדול מהממוצע:

נניח שלארבעת הילדים הצטרף ילד עם 9 אגוזים. המרחק של מספר האגוזים שלו מהממוצע הוא 5. את המרחק הזה עלינו לחלק במספר הילדים (כולל הילד החדש), כלומר לראות בהצטרפותו תרומה של אגוז אחד לכל ילד, כולל עצמו:  $\frac{5}{5} = 1$ . לפיכך, הממוצע החדש יהיה:  $4 + 1 = 5$ .

ניתן לוודא שתשובתנו נכונה על ידי חילוק הסכום במספר האיברים:  $\frac{0 + 4 + 5 + 7 + 9}{4 + 1} = \frac{25}{5} = 5$ .

הוספה של איבר קטן מהממוצע:

נניח שהצטרף לארבעת החברים ילד עם חוב של אגוז, כלומר (-1) אגוזים (נתעלם מחוסר היגיון זה על מנת להבין את הכלל הבא). המרחק של מספר האגוזים שלו מהממוצע הוא (-5). את המרחק הזה עלינו לחלק במספר הילדים (כולל הילד החדש),

כלומר לראות בהצטרפותו הפחתה של אגוז אחד מהכמות של כל אחד מהילדים כולל עצמו  $-1 = \frac{-5}{5}$ .

לפיכך, הממוצע החדש יהיה  $3 = 4 - 1$ .

ניתן לוודא שתשובתנו נכונה על ידי חילוק הסכום החדש במספר האיברים החדש:  $3 = \frac{15}{5} = \frac{0+4+5+7-1}{4+1}$ .

לסיכום, **הוספה** של איבר אשר **גדול** מהממוצע בהכרח **תגדיל** אותו, ואילו **הוספה** של איבר אשר **קטן** מהממוצע בהכרח **תקטין** אותו.

באותו אופן, **הורדה** של איבר אשר **קטן** מהממוצע **תגדיל** אותו, ואילו **הורדה** של איבר אשר **גדול** מהממוצע **תקטין** אותו.

**שאלה לדוגמה - תכונות הממוצע**

מספר מטבעות הזהב הממוצע בכל שקית בקערה הוא 13. הוצָאָה מהקערה שקית שיש בה 18 מטבעות ונוספו לקערה שתי שקיות אחרות. נתון כי ממוצע מטבעות הזהב בכל שקית נותר 13.

מה יכול להיות מספר המטבעות בשתי השקיות שנוספו לקערה?

- (1) 13, 13
- (2) 20, 2
- (3) 15, 16
- (4) 10, 16

**פתרון**

הוצאתה של השקית עם 18 המטבעות פירושה הוצאה של איבר אשר רחוק ב-5 מהממוצע, שכן:  $18 - 13 = 5$ .

מאחר שמדובר ב"עזיבה" של איבר אשר **גדול** מהממוצע (כלומר, הממוצע אמור היה לקטון), עלינו "לפצות" על כך ולהוסיף 2 שקיות אשר סכום המרחקים שלהן מהממוצע יהיה +5.

נחפש את התשובה שעונה על תנאי זה:

- תשובה (1):** מרחקן של שתי השקיות מהממוצע הוא 0. התשובה נפסלת.
  - תשובה (2):** מרחקן של שתי השקיות מהממוצע הוא +7 ו-(-11) ובסה"כ:  $-4 = -11 + 7$ . התשובה נפסלת.
  - תשובה (3):** מרחקן של שתי השקיות מהממוצע הוא +2 ו-+3 ובסה"כ:  $5 = 2 + 3$ . זו התשובה הנכונה.
  - תשובה (4):** מרחקן של שתי השקיות מהממוצע הוא +3 ו-(-3) ובסה"כ:  $0 = -3 + 3$ . התשובה נפסלת.
- התשובה הנכונה היא (3).**

**שאלה נוספת - תכונות הממוצע**

ממוצע ציוני המבחן בגיאוגרפיה בכיתה הוא 86. לאחר קבלת הציונים, עזבו שלושה ילדים את הכיתה. ציוני התלמידים שעזבו היו 84, 87, 88.

מה יקרה לממוצע ציוני המבחן בגיאוגרפיה בכיתה לאחר עזיבת התלמידים?

- (1) יגדל
- (2) יקטן
- (3) לא ישתנה
- (4) אי-אפשר לדעת על פי הנתונים

**פתרון**

נחשב את המרחק של כל אחד מהאיברים מהממוצע ולאחר מכן נסכום את המרחקים. המרחק של 84 מהממוצע הוא (-2), של 87 הוא +1, של 88 הוא +2 ובסה"כ:  $-2 + 1 + 2 = +1$ . כלומר, סכום המרחקים של ציוני שלושת התלמידים שעזבו מהממוצע הוא +1 וניתן להתייחס לכך כעזיבה של תלמיד אחד עם ציון 87. כזכור, כאשר מורידים איבר אשר גדול מהממוצע - הממוצע קטן. **התשובה הנכונה היא (2).**

## סיכום שיעור

### 1. ממוצע חשבוני פשוט

ממוצע שווה לסכום האיברים חלקי מספר האיברים: ממוצע =  $\frac{\text{סכום האיברים}}{\text{מספר האיברים}}$

### 2. ממוצע משוקלל

- ממוצע משוקלל הוא ממוצע המחושב בין קבוצות שונות כאשר מתחשבים במשקל של כל קבוצה.
- יחס הכמויות הפוך ליחס המרחקים מהממוצע, כלומר אם קבוצה גדולה פי 2 מקבוצה אחרת, הממוצע יהיה קרוב אליה פי 2.

### 3. תכונות הממוצע

- סכום המרחקים של האיברים הגדולים מהממוצע, שווה לסכום המרחקים של האיברים הקטנים מהממוצע.
- ממוצע של קבוצת איברים שאינם זהים זה לזה, יהיה תמיד בתחום שבין האיבר הגדול ביותר לאיבר הקטן ביותר, באופן הבא:  
**האיבר הגדול ביותר < ממוצע < האיבר הקטן ביותר**  
 כלומר:
- א. הממוצע לא יכול להיות גדול או שווה לאיבר הגדול ביותר בקבוצה.
- ב. הממוצע לא יכול להיות קטן או שווה לאיבר הקטן ביותר בקבוצה.
- ג. ממוצע של קבוצת איברים זהים זה לזה יהיה בדיוק כגודל האיברים.
- כאשר מוסיפים איבר אשר גדול מהממוצע - הממוצע גדל. לעומת זאת, כאשר מורידים איבר אשר גדול מהממוצע - הממוצע קטן.
- כאשר מוסיפים איבר אשר קטן מהממוצע - הממוצע קטן. לעומת זאת, כאשר מורידים איבר אשר קטן מהממוצע - הממוצע גדל.
- המרחק של האיבר שנוסף מהממוצע, מתחלק על פני כל איברי הקבוצה (כולל הוא עצמו), והמנה שנקבל היא השינוי בממוצע.
- המרחק של האיבר שירד מהממוצע, מתחלק על פני כל איברי הקבוצה הנוותרים (לא כולל האיבר שירד), והמנה שנקבל היא השינוי בממוצע.

## סוף שיעור - בהצלחה בתרגול!