בעיות כמותיות

בעיות הספק

בעיות הספק

הרחבה וצמצום של הספק

שאלות הספק בוחנות את ההבנה שלנו בנוגע ל-3 מרכיבי נוסחת ההספק:

1. **ה**עבודה שיש לבצע.
2. **הזמן** שלוקח לבצע את העבודה (ביחידות של שניות, דקות, שעות, ימים וכדומה).
3. **ההספק (קצב)** - קצב העבודה שלנו.

נוסחת ההספק היא: עבודה = זמן · הספק.

ניתן להציגה גם כך (חילוק הנוסחה במרכיב ה"זמן"): $\text{הספק} = \frac{\text{עבודה}}{\text{זמן}}$,

וכן גם כך (חילוק הנוסחה במרכיב ה"הספק"): $\text{זמן} = \frac{\text{עבודה}}{\text{הספק}}$.

כאמור, הספק הוא למעשה קצב העבודה שלנו, כאשר העבודה יכולה להיות כל עבודה שהיא (קטיפת תפוזים, כתיבת ספרים, מילוי בריכות, בניית בתים ועוד).
הספק בא לידי ביטוי במונחים של עבודה בזמן, כלומר מה העבודה שעלינו לבצע וכמה זמן תימשך עבודה זו.

<u>לדוגמה:</u>
דני קוטף 6 תפוזים ב-2 דקות.
העבודה של דני היא קטיפת 6 תפוזים, **והזמן** שלוקח לו לבצע את העבודה הזו הוא 2 דקות.

כל עוד הספקו, כלומר קצב עבודתו, של דני נשאר קבוע (הוא אינו מגביר או מאט את קצב עבודתו), ניתן **להרחיב** או **לצמצם** את ההספק שלו.

אם למשל, נרצה לדעת כמה תפוזים דני קוטף בדקה אחת, נוכל לחלק את ב-2 את מספר התפוזים שהוא קוטף ב-2 דקות:
$\frac{6}{2} = 3$. כלומר, 3 תפוזים בדקה.

כאמור, ניתן להרחיב או לצמצם את ההספק של דני בכל ערך:

עבודה תפוזים		זמן דקות	
6		2	
	צמצמנו פי 2		צמצמנו פי 2
3		1	
	כפלנו פי 10		כפלנו פי 10
30		10	
	כפלנו פי 6		כפלנו פי 6
180		60	

בכל אחת מהדוגמאות המופיעות בסרטוט, **הספקו** של דני אינו משתנה והוא קטיפת 3 תפוזים בכל דקה.

שאלה לדוגמה - הרחבה וצמצום של הספק

תומאס פותר כל תשבץ ב-25 דקות.

בתוך כמה **שעות** יפתור תומאס 12 תשבצים?

(1) 10
(2) 5
(3) 6
(4) 4

<u>פתרון</u>

אנו יודעים שתומאס פותר תשבץ אחד ב-25 דקות, ואנו נשאלים לגבי 12 תשבצים.
כלומר, עלינו "להרחיב" את עבודתו של תומאס פי 12 ולבדוק כמה זמן היא תיקח.

	תשבצים	דקות	
	1	25	
כפלנו פי 12			כפלנו פי 12
	12	300	

מצאנו שתומאס יפתור 12 תשבצים ב-300 דקות.

נבצע המרה מדקות לשעות (בשעה ישנן 60 דקות) ונקבל: $5 = \frac{300}{60}$. כלומר, 5 שעות.

התשובה הנכונה היא (2).

שאלה נוספת - הרחבה וצמצום של הספק

מכונה מייצרת 5 בקבוקים בשעתיים (הספק המכונה קבוע).

בכמה **דקות** תייצר המכונה 3 בקבוקים?

(1) 72
(2) 60
(3) 80
(4) 96

<u>פתרון</u>

אנו יודעים כי המכונה מייצרת 5 בקבוקים בשעתיים, שהן 120 דקות (ביצענו את ההמרה מאחר שהתשובות הן בדקות), ואנו רוצים למצוא את הזמן שייקח למכונה לייצר 3 בקבוקים.
מאחר שהמעבר מ-5 ל-3 אינו נוח, נעבור דרך "שלב ביניים" 1 (נזכיר כי הרחבה או צמצום של ההספק אינם משפיעים עליו.)

	בקבוקים	דקות	
	5	120	
צמצמנו פי 5			צמצמנו פי 5
	1	24	
כפלנו פי 3			כפלנו פי 3
	3	72	

מצאנו כי המכונה מייצרת 3 בקבוקים ב-72 דקות.
התשובה הנכונה היא (1).

יחסים בנוסחת ההספק

נוסחת ההספק מאוד דומה במרכיביה לנוסחת התנועה.

מרכיב **ההספק** מקביל למרכיב **המהירות**, שכן ההספק הוא כמות העבודה המתבצעת בזמן מסוים כשם שמהירות היא הדרך שגוף עובר בזמן מסוים.

כמו כן, מרכיב ה**עבודה** מקביל למרכיב ה**דרך**, וכן ה**זמן** הוא **זהה** בשתי הנוסחאות.

לאור האמור לעיל, כפי שלמדנו בבעיות תנועה לגבי יחס ישר או הפוך בין המרכיבים השונים, בנוסחת ההספק מתקיים יחס ישר או הפוך גם כן בין המרכיבים השונים:

- ✓ כל עוד ההספק קבוע, מתקיים ***יחס ישר בין זמן לעבודה***: אם הארכנו את הזמן, כמות העבודה תגדל באותו היחס.
  דוגמה: מכונה מייצרת 5 מוצרים בשעה. בשעתיים היא תייצר 10 מוצרים, כל עוד הספקה נשאר קבוע.

- ✓ כל עוד הזמן קבוע, מתקיים ***יחס ישר בין הספק לעבודה***: אם הגדלנו את ההספק, כמות העבודה תגדל באותו היחס.
  דוגמה: מכונה מייצרת 5 מוצרים בשעה במהירות איטית. במהירות גבוהה היא מייצרת בקצב מהיר פי 2, כלומר 10 מוצרים בשעה אחת.

- ✓ כל עוד העבודה נשארת קבועה, מתקיים ***יחס הפוך בין הספק לזמן***: אם הגדלנו את ההספק, הזמן יתקצר ***ביחס הפוך***.
  דוגמה: מכונה מייצרת בדיוק 50 מוצרים בכל יום. במהירות איטית ההספק הוא 5 מוצרים בשעה, ולכן היא תסיים לעבוד כעבור 10 שעות. במהירות גבוהה ההספק שלה הוא פי שניים, כלומר 10 מוצרים בשעה, ולכן זמן העבודה שלה יתקצר פי 2, ויהיה 5 שעות בדיוק.

הצגת הספק כשבר

כפי שראינו בתחילת השיעור, נוסחת ההספק היא: עבודה = זמן · הספק.

כמו כן, ראינו שניתן לחלק את הנוסחה במרכיב ה"זמן" ולהציג את ההספק כשבר: הספק = $\frac{\text{עבודה}}{\text{זמן}}$.

<u>לדוגמה:</u>
פועל בונה 3 קירות ב-5 ימים.

נציג את הנתונים בנוסחת ההספק (הספק = $\frac{\text{עבודה}}{\text{זמן}}$) ונקבל: $\frac{3}{5}$.

השבר שקיבלנו מייצג את ההספק, כלומר את קצב העבודה של אותו פועל ביחידת זמן אחת, ובדוגמה הספציפית הזו, ביום (ההספק תמיד יתאר את הזמן הנתון לנו בשאלה - ימים, דקות, שניות וכן הלאה).

כלומר, פועל שבונה 3 קירות ב-5 ימים, יבנה $\frac{3}{5}$ קיר ביום אחד של עבודה.

שאלה לדוגמה - הצגת הספק כשבר

ליאור אוכל 3 תפוזים ב-20 דקות.

ב-50 דקות יאכל ליאור ________ תפוזים.

(1) 4.5
(2) 5
(3) 6
(4) 7.5

<u>פתרון</u>

<u>דרך א' - נוסחת ההספק:</u>

נציג את **הספקו** של ליאור כשבר: אכילת $\frac{3}{20}$ תפוז בדקה אחת. אנו מעוניינים למצוא כמה תפוזים ליאור יאכל (כלומר, מה **העבודה** שיבצע) ב-50 דקות (**הזמן** שייקח לו לבצע את העבודה). נציג את הנתונים **בנוסחת ההספק**: $50 \cdot \frac{3}{20} = \frac{150}{20} = 7.5$.

כלומר, 7.5 תפוזים ב-50 דקות.

<u>דרך ב' - הרחבה וצמצום של הספק:</u>

ליאור אוכל 3 תפוזים ב-20 דקות, ואנו יודעים כי ניתן לצמצם או להרחיב את ההספק מבלי שהוא ישתנה.

על מנת לעבור מ-20 דקות ל-50 דקות, עלינו לכפול פי 2.5:

	דקות	תפוזים	
כפלנו פי 2.5	20	3	כפלנו פי 2.5
	50	7.5	

התשובה הנכונה היא (4).

בעיות הספק בנעלמים

שאלות הספק יכולות לכלול עבודה עם נעלמים.

<u>לדוגמה:</u>

נתון לנו נגר שבונה x כיסאות ב-y ימים.
עשויים לשאול אותנו בכמה ימים יבנה הנגר y כיסאות.

כפי שלמדנו בהרחבה וצמצום של הספק, עלינו לכפול את x כיסאות (העבודה הנתונה לנו) בערך מסוים על מנת להגיע ל-y כיסאות (העבודה הרצויה).
כאשר מדובר במעבר בין מספרים הפעולה יחסית טבעית לנו, אולם כדאי להבין ואף לזכור כיצד לעשותו גם כאשר נתונים לנו נעלמים.

אם למשל נרצה לבצע מעבר מ-7 ל-12, עלינו לכפול את 7 ב"יעד" שאליו אנו רוצים להגיע, כלומר 12. ולאחר מכן, לחלק ב"מקור", כלומר 7: $7 \cdot \frac{12}{7} = 12$.

ובכן, ראינו שעל מנת לעבור מ-7 ל-12 כפלנו ב"יעד" וחילקנו ב"מקור": $\frac{12}{7}$.

<u>נחזור לדוגמה שהוצגה קודם:</u>

על מנת לעבור מ-x כיסאות ל-y כיסאות, נכפול את x ב"יעד" (y), ונחלק ב"מקור" (x): $x \cdot \frac{y}{x} = y$.

אם כפלנו את העבודה ב- $\frac{y}{x}$, עלינו לכפול גם את הזמן באותו ערך: $y \cdot \frac{y}{x}$.

הביטוי שקיבלנו מייצג את מספר הימים שייקח לנגר לבנות y כיסאות.

כיסאות	ימים
x	y
y	$y \cdot \frac{y}{x}$

כפלנו פי $\frac{y}{x}$ כפלנו פי $\frac{y}{x}$

דרך נוספת להתמודד עם שאלות המכילות נעלמים היא **הצבת מספרים** נוחים.

כלומר, אנו יכולים לקבוע כי $x = 2$ ו- $y = 10$.

לפי הצבה זו, הנגר בונה 2 כיסאות ב-10 ימים, ואנו נשאלים כמה ימים ייקחו לו לבנות 10 כיסאות.
לפיכך, עלינו לכפול את כמות העבודה פי 5 (מ-2 ל-10):

כיסאות	ימים
2	10
10	50

כפלנו פי 5   כפלנו פי 5

נוכל לוודא שתשובתנו (50 ימים) נכונה על ידי הצבת המספרים שבחרנו בערך שקיבלנו בדוגמה עם הנעלמים:

$y \cdot \frac{y}{x} = 10 \cdot \frac{10}{2} = 50$.

זו הבדיקה שהיינו צריכים לעשות לו היו לנו ארבע תשובות אפשריות.

לפני מעבר לשאלה לדוגמה, נסכם את האמור לעיל בשתי נקודות חשובות:

1. על מנת לבצע מעבר מנעלם אחד לאחר, עלינו לכפול ב"יעד" ולחלק ב"מקור".
2. ניתן להציב מספרים במקום נעלמים בשאלה, ולאחר מכן לבדוק איזו תשובה מקיימת את הנתונים.

שאלה לדוגמה - בעיות הספק בנעלמים

מכונה מבצעת עבודה מסוימת בתוך 3 דקות.

בכמה דקות תסיים המכונה לבצע את אותה עבודה אם קצב העבודה שלה יהיה מהיר פי x?

(1) 1
(2) $\frac{x}{3}$
(3) $3x$
(4) $\frac{3}{x}$

פתרון

דרך א' - יחסים בנוסחת ההספק:

מאחר שמתקיים **יחס הפוך** בין ההספק לזמן, ניתן לקבוע כי אם המכונה מהירה פי x, היא תסיים את **אותה עבודה** בפי x פחות זמן, כלומר $\frac{3}{x}$ דקות.

דרך ב' - הצבת מספרים:

מאחר שחלק מהתשובות תלויות בנעלם בשאלה, ניתן להציב במקום הנעלם מספר נוח. נציב $x = 2$.

מאחר שמתקיים **יחס הפוך** בין ההספק לזמן, ניתן לקבוע כי אם המכונה מהירה פי 2 (לפי ההצבה), היא תסיים את אותה עבודה בפי 2 פחות זמן, כלומר $\frac{3}{2}$ דקות.

כעת, נציב $x = 2$ בתשובות ונבדוק איזו תשובה מקיימת נתון זה:

תשובה (1): 1 אינו מקיים את הנתון. התשובה נפסלת.
תשובה (2): $\frac{2}{3} = \frac{x}{3}$. התשובה נפסלת.
תשובה (3): $6 = 3 \cdot 2 = 3x$. התשובה נפסלת.
תשובה (4): $\frac{3}{2} = \frac{3}{x}$. זו התשובה הנכונה.

התשובה הנכונה היא (4).

שאלה נוספת - בעיות הספק בנעלמים

צינור מזרים מים בקצב של y ליטרים בשעה לתוך בריכה שנפחה x ליטרים.

כעבור כמה שעות תתמלא הבריכה?

(1) $\frac{y}{x}$

(2) $\frac{x}{y}$

(3) $x \cdot y$

(4) y^{x}

<u>פתרון</u>

<u>דרך א' - נוסחת ההספק:</u>

נתון לנו קצב העבודה של הצינור, כלומר **הספקו** - y ליטרים בשעה.
כמו כן, נתונה ה**עבודה** אותה אנו מעוניינים לבצע - מילוי בריכה בנפח x ליטרים.
אנו מחפשים את ה**זמן** (נסמן אותו ב-t).

נציב את הנתונים ב**נוסחת ההספק** (עבודה = זמן · הספק):

$x = t \cdot \frac{y}{1}$. נחלק ב-y: $t = \frac{x}{y}$. הבריכה תתמלא כעבור $\frac{x}{y}$ שעות.

<u>דרך ב' - הצבת מספרים:</u>

מאחר שהתשובות מכילות את הנעלמים הנתונים בשאלה, ניתן להציב מספרים נוחים ולמצוא באמצעותם את התשובה הנכונה.
נציב $y = 10$ ו-$x = 100$.

לפי ההצבה, הצינור הנתון ממלא 10 ליטרים בשעה, ומכאן שימלא 100 ליטרים ב-**10 שעות** (כפלנו ב-10).

נציב את המספרים שבחרנו בתשובות, ונבדוק איזו תשובה תקיים נתון זה:

תשובה (1): $\frac{y}{x} = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$. התשובה נפסלת.

תשובה (2): $\frac{x}{y} = \frac{100}{10} = 10$. זו התשובה הנכונה.

תשובה (3): $x \cdot y = 100 \cdot 10 = 1000$. התשובה נפסלת.

תשובה (4): $y^{x} = 10^{100}$. תשובה זו מניבה ערך אשר גדול לאין שיעור מ-10. התשובה נפסלת.

התשובה הנכונה היא (2).

הספק משותף

בעיות הספק מסוימות עשויות להכיל יותר ממשתתף אחד.
המשתתפים יכולים לעבוד יחד למען מטרה משותפת, וייתכן שאחד המשתתפים ייעשה דבר מה אשר יפריע לעבודתו של המשתתף השני.

<u>לדוגמה:</u>

דני אוכל 2 תותים ב-5 דקות, ואילו חברו יוסי אוכל 3 תותים ב-4 דקות.

כפי שלמדנו, ניתן להציג הספק כשבר, ולפיכך ניתן לקבוע שהספקו של דני הוא אכילת $\frac{2}{5}$ תות בדקה, ואילו הספקו של חברו יוסי הוא אכילת $\frac{3}{4}$ תות בדקה.

אם נחבר את ההספק של כל אחד מהם, נקבל את ההספק המשותף של השניים: $\frac{2}{5}+\frac{3}{4}=\frac{8}{20}+\frac{15}{20}=\frac{23}{20}$.

ההספק המשותף של דני ויוסי הוא $\frac{23}{20}$ תותים בדקה. כלומר, יחד הם אוכלים 23 תותים ב-20 דקות.

אם למשל, היינו נשאלים כמה תותים יאכלו יחד ב-60 דקות, היינו יכולים להרחיב את ההספק המשותף שלהם ולקבל: $\frac{23\cdot 3}{20\cdot 3}=\frac{69}{60}$. כלומר, 69 תותים ב-60 דקות.

לחלופין, ניתן היה לבדוק כמה תותים אוכל כל אחד בנפרד ב-60 דקות ולחבר בין התוצאות.

אם דני אוכל 2 תותים ב-5 דקות, אזי ב-60 דקות יאכל **24** תותים (כפלנו ב-12).

אם יוסי אוכל 3 תותים ב-4 דקות, אזי ב-60 דקות יאכל **45** תותים (כפלנו ב-15).

נחבר בין התוצאות: $24+45=69$. ניתן לראות כי קיבלנו את אותה תוצאה,
יחד הם יאכלו 69 תותים ב-60 דקות.

שאלה לדוגמה - הספק משותף

שני בונה בית ב-10 ימים. חגית בונה בית זהה ב-20 ימים.

שני וחגית החלו לבנות בית יחדיו.

איזה חלק של הבית הן סיימו לבנות כעבור יומיים?

(1) $\frac{3}{10}$

(2) $\frac{2}{15}$

(3) $\frac{1}{3}$

(4) $\frac{1}{10}$

<u>פתרון</u>

ההספק של שני הוא בית ב-10 ימים, כלומר $\frac{1}{10}$ מהבית ביום אחד.

ההספק של חגית הוא בית ב-20 ימים, כלומר $\frac{1}{20}$ מהבית ביום אחד.

כמו כן, אנו יודעים כי שני וחגית עובדות יחד ולכן ניתן לחבר את ההספק שלהן ולמצוא את הספקן המשותף:

$\frac{1}{10}+\frac{1}{20}=\frac{2}{20}+\frac{1}{20}=\frac{3}{20}$. כלומר, שני וחגית בונות 3 בתים ב-20 ימים או לחלופין $\frac{3}{20}$ מהבית ביום.

מצאנו את ההספק המשותף שלהן ביום אחד, ולכן אם נכפיל נתון זה פי 2, נקבל את העבודה שיספיקו ביומיים:

$2\cdot\frac{3}{20}=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$. כלומר, $\frac{3}{10}$ מהבית ביומיים.

התשובה הנכונה היא (1).

שאלה נוספת - הספק משותף

שני סבלים פורקים סחורה יחדיו, כל אחד בקצב קבוע משל עצמו.
יחדיו הם מסיימים לפרוק את הסחורה ב-4 שעות.
כאשר סבל א' עובד לבדו, הוא מסיים לפרוק את הסחורה ב-6 שעות.

כמה שעות יידרשו לסבל ב' על מנת לפרוק את הסחורה לבדו?

(1) 8 (2) 10 (3) 12 (4) 15

__פתרון__

סבל א' מסיים לפרוק את הסחורה ב-6 שעות ומכאן שהספקו הוא $\frac{1}{6}$, כלומר פריקת סחורה אחת ב-6 שעות.

את ההספק של סבל ב' אנו לא יודעים, אך כן נתון לנו הספקם המשותף $\frac{1}{4}$, כלומר פריקת סחורה אחת ב-4 שעות.

נסמן את הספקו של סבל ב' ב-x, נחבר את הספק השניים ונשווה אותו להספקם המשותף, שכן נתון לנו שהם עובדים יחד, למען מטרה משותפת:

$\frac{1}{4} = \frac{1}{6} + x$. נעביר אגפים: $\frac{1}{12} = \frac{3}{12} - \frac{2}{12} = \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = x$.

מצאנו שהספקו של סבל ב' הוא $\frac{1}{12}$. כלומר, פריקת סחורה אחת ב-12 שעות.

התשובה הנכונה היא (3).

שאלה נוספת - הספק משותף

מכונה מיוחדת מתחילה לסלול כביש חדש בקצב של 40 מטרים ב-3 שניות.

מכונה אחרת עוברת מיד אחריה, והורסת את הכביש בקצב של 25 מטרים ב-2 שניות.

בתוך כמה **דקות** יהיו לפנינו 50 מטרים של כביש סלול שאינו הרוס?

(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4

__פתרון__

נתונה לנו מכונה אחת שהספקה 40 מטרים ב-3 שניות. כלומר, היא **סוללת** $\frac{40}{3}$ מטר של כביש בשנייה.

המכונה השנייה הורסת 25 מטרים של כביש ב-2 שניות. כלומר, היא **הורסת** $\frac{25}{2}$ מטר של כביש בשנייה.

עלינו לזכור שבדוגמה הזו המכונות לא עובדות יחד, אלא המכונה השנייה הורסת את עבודתה של המכונה הראשונה, ולפיכך עלינו לחסר בין ההספקים של השתיים:

$\frac{5}{6} = \frac{75}{6} - \frac{80}{6} = \frac{25}{2} - \frac{40}{3}$. מצאנו שהספקה של המכונה הראשונה, לאחר הרס המכונה השנייה, הוא $\frac{5}{6}$.

כלומר, היא סוללת 5 מטרים ב-6 שניות.
נכפיל נתון זה פי 10 ונקבל שהיא מצליחה לסלול 50 מטרים ב-60 שניות, שהן דקה.

התשובה הנכונה היא (1).

שאלה נוספת - הספק משותף

ביום אביבי מייצרים שני פועלים יחדיו 40 בקבוקים.
ביום חורפי הספקו של פועל א' גדול פי 4 מביום אביבי, והספקו של פועל ב' גדול פי 2 מביום אביבי, ואז הם מייצרים יחדיו 150 בקבוקים. כמה בקבוקים מייצר פועל א' ביום אביבי?

(1) 10
(2) 15
(3) 25
(4) 35

פתרון

דרך א' - נוסחת ההספק:

נסמן את הספק פועל א' ב-x ואת ההספק של פועל ב' ב-y, וכך נוכל ליצור שתי משוואות בשני נעלמים.

אנו יודעים כי ביום אביבי פועל א' מייצר x בקבוקים ביום אחד, ולפיכך הספקו הוא $\frac{x}{1}$.

כמו כן, פועל ב' מייצר y בקבוקים ביום אחד, ולפיכך הספקו הוא $\frac{y}{1}$.

נחבר את ההספק של השניים ונשווה אותו ל-40 (מספר הבקבוקים שהשניים מייצרים ביום אביבי): $x + y = 40$.

ביום חורפי, הספקו של פועל א' גדול פי 4, כלומר $4 \cdot \frac{x}{1}$, ואילו הספקו של פועל ב' גדול פי 2, כלומר $2 \cdot \frac{y}{1}$. נחבר את ההספק של השניים ונשווה אותו ל-150 (מספר הבקבוקים שהשניים מייצרים ביום חורפי): $4x + 2y = 150$.

לאחר מכן, נכפול את המשוואה הראשונה ב-2 על מנת "להיפטר" מהנעלם y: $2x + 2y = 80$.

כעת, נחסר את המשוואה הראשונה מהשנייה ונקבל: $2x = 70$. נחלק ב-2: $x = 35$.

דרך ב' - בדיקת תשובות:

התשובות מייצגות את מספר הבקבוקים שפועל א' מייצר **ביום אביבי**. לכן, ניתן לבדוק כל אחת מהתשובות ולראות האם היא מקיימת את נתוני השאלה.

תשובה (1): אם ביום אביבי פועל א' מייצר 10 בקבוקים, פועל ב' מייצר 30 בקבוקים, שכן יחד הם מייצרים 40 בקבוקים. לפיכך, ביום חורפי פועל א' מייצר 40 בקבוקים (פי 4) ופועל ב' 60 (פי 2) וביחד $40 + 60 = 100$. כלומר, 100 בקבוקים. התשובה נפסלת.

תשובה (2): אם ביום אביבי פועל א' מייצר 15 בקבוקים, פועל ב' מייצר 25 בקבוקים, שכן יחד הם מייצרים 40 בקבוקים. לפיכך, ביום חורפי פועל א' מייצר 60 בקבוקים (פי 4) ופועל ב' 50 (פי 2) וביחד $60 + 50 = 110$. כלומר, 110 בקבוקים. התשובה נפסלת.

תשובה (3): אם ביום אביבי פועל א' מייצר 25 בקבוקים, פועל ב' מייצר 15 בקבוקים, שכן יחד הם מייצרים 40 בקבוקים. לפיכך, ביום חורפי פועל א' מייצר 100 בקבוקים (פי 4) ופועל ב' 30 (פי 2) וביחד $100 + 30 = 130$. כלומר, 130 בקבוקים. התשובה נפסלת.

תשובה (4): אם ביום אביבי פועל א' מייצר 35 בקבוקים, פועל ב' מייצר 5 בקבוקים, שכן יחד הם מייצרים 40 בקבוקים. לפיכך, ביום חורפי פועל א' מייצר 140 בקבוקים (פי 4) ופועל ב' 10 (פי 2) וביחד $140 + 10 = 150$. כלומר, 150 בקבוקים. זו התשובה הנכונה.

התשובה הנכונה היא (4).

שאלות "פועלים"

שאלות "פועלים" דומות לשאלות הספק משותף, אך בהן לכל ה"פועלים" הספק זהה (ה"פועלים" יכולים להיות מכונות, ברזים, אנשים ועוד).

<u>לדוגמה:</u>
נתון מפעל בו 8 פועלים אשר מייצרים 4 מכוניות ב-6 שעות.

בין כל הנתונים (מספר הפועלים, העבודה והזמן) קיים קשר וכל אחד משפיע על האחר. נדגים את הקשר באמצעות שלוש דוגמאות כאשר כל אחת מהן מתבססת על הדוגמה המופיעה לעיל:

1. <u>יחס ישר בין כמות העבודה לזמן</u>
על מנת שאותם 8 פועלים ייצרו 8 מכוניות, כלומר פי 2 יותר עבודה, ניתן להסיק שייקח להם פי 2 יותר זמן: $6 \cdot 2 = 12$.
כלומר, 12 שעות.
מהדוגמה הזו אנו למדים שכל עוד מספר הפועלים אינו משתנה, ישנו **יחס ישר** בין כמות **העבודה** ל**זמן** שייקח לבצע אותה.

2. <u>יחס ישר בין כמות העבודה למספר הפועלים</u>
אם היו דורשים מאותו מפעל לייצר כמות כפולה של מכוניות, כלומר 8 מכוניות, אך בזמן זהה, כלומר 6 שעות, הוא היה חייב להכפיל את כוח העבודה שלו על מנת לעמוד במשימה: $8 \cdot 2 = 16$.
כלומר, 16 פועלים.
מהדוגמה הזו אנו למדים שכל עוד הזמן אינו משתנה, מתקיים **יחס ישר** גם כן בין כמות ה**עבודה** ל**מספר הפועלים**.

3. <u>יחס הפוך בין מספר הפועלים לזמן</u>
אם מספר העובדים במפעל היה גדל פי 2, כלומר מ-8 פועלים ל-16, והיו דורשים מהם לבצע את אותה עבודה (ייצור 4 מכוניות), היה לוקח להם פי 2 **פחות** זמן: $\frac{6}{2} = 3$. כלומר, 3 שעות.
מהדוגמה הזו אנו למדים שמתקיים **יחס הפוך** בין **מספר הפועלים** ל**זמן** העבודה.

שאלה לדוגמה - שאלות "פועלים"

5 נגרים שהספק כל אחד מהם זהה מכינים יחדיו 4 שולחנות ב-3 שעות.
בכמה זמן יכינו 3 מהנגרים 2 שולחנות?

(1) שעה אחת
(2) שעתיים
(3) שעה וחצי
(4) שעתיים וחצי

<u>פתרון</u>

בין **כמות העבודה** לזמן מתקיים **יחס ישר**, ולכן 5 נגרים יכינו 2 שולחנות (עבודה קטנה פי 2) בזמן קטן פי 2, $1.5 = \frac{3}{2}$.

כלומר, שעה וחצי.

נגרים		שולחנות		שעות
5		4		3
			צמצמנו פי 2		צמצמנו פי 2
5		2		1.5

אולם, נשאלנו על 3 נגרים.

לפיכך, על מנת לעבור מ-5 נגרים ל-3, עלינו לכפול ב"יעד" ולחלק ב"מקור", כלומר פי $\frac{3}{5}$.

נזכיר כי בין מספר הפועלים לזמן מתקיים **יחס הפוך**, ולכן עלינו לכפול את הזמן ב- $\frac{5}{3}$:

$\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{3} = \frac{15}{6} = 2.5$. כלומר, שעתיים וחצי.

	נגרים	שולחנות	שעות	
	5	4	3	
	5	2	1.5	
כפלנו פי $\frac{3}{5}$				כפלנו פי $\frac{5}{3}$
	3	2	2.5	

התשובה הנכונה היא (4).

סיכום

1. **<u>הרחבה וצמצום של הספק</u>**

ניתן להרחיב או לצמצם הספק מבלי לשנותו, כלומר אם דני קוטף 12 תפוזים ב-4 דקות או 24 תפוזים ב-8 דקות, הספקו נשאר זהה והוא קטיפת 3 תפוזים בדקה.

2. **<u>יחסים בתנועת ההספק</u>**

- כל עוד ההספק קבוע, מתקיים **יחס ישר בין זמן לעבודה**.
- כל עוד הזמן קבוע, מתקיים **יחס ישר בין הספק לעבודה**.
- כל עוד העבודה נשארת קבועה, מתקיים **יחס הפוך בין הספק לזמן**.

3. **<u>הצגת הספק כשבר</u>**

ניתן להציג הספק כשבר, למשל אם דני אוכל 12 תותים ב-4 דקות, הספקו הוא $3 = \frac{12}{4}$, כלומר הוא אוכל 3 תותים בדקה.

4. **<u>בעיות הספק בנעלמים</u>**

- על מנת לבצע מעבר מנעלם אחד לאחר, עלינו לכפול ב"יעד" ולחלק ב"מקור".
- ניתן להציב מספרים במקום נעלמים בשאלה, ולאחר מכן לבדוק איזו תשובה מקיימת את הנתונים.

5. **<u>הספק משותף</u>**

- אם למשתתפים מטרה זהה, כלומר הם עוזרים אחד לשני, ניתן לחבר בין ההספקים שלהם.
- אם אחד המשתתפים "מפריע" לחברו, הרי שיש לחסר את ההספק שלו מההספק של חברו.

6. **<u>שאלות "פועלים"</u>**

- ככל שיש יותר פועלים שעוזרים למאמץ המשותף, הם יבצעו יותר עבודה בזמן נתון.
  בפרק זמן נתון, יותר פועלים = יותר עבודה שתבוצע.
- כפועל יוצא מכך, במקרים בהם העבודה קבועה, הרי שאם יש יותר פועלים הם יבצעו אותה בפחות זמן.
  בעת ביצוע עבודה קבועה, יותר פועלים = פחות זמן.
- אם מספר הפועלים נשאר קבוע, אזי בין כמות העבודה לזמן שלוקח לבצעה יש יחס ישר: יותר עבודה שווה בהכרח יותר זמן לבצעה, ולהיפך.
  עבור אותו מספר פועלים, פחות עבודה = פחות זמן.

<u>סוף שיעור - בהצלחה בתרגול!</u>