

אלגברה

שברים

שברים

מספר קווי שבר

בשיעור הקרוב נעסוק בשאלות ובדוגמאות שרמתן תואמת את הרמה בבחינה, ולכן אם אינכם שולטים בחוקים הבסיסיים של שברים, אנו ממליצים לבצע חזרה עליהם בטרם המעבר על השיעור הזה.

בבחינה הפסיכומטרית, שאלות אלגבריות בנושא "שברים" עשויות לערב שברים אשר כוללים מספר קווי שבר - הקווים האופקיים שמפרידים בין המספרים.

לדוגמה:

$$\frac{2}{3} - \text{בשבר זה ישנו קו שבר אחד, והוא מפריד בין המספר 2 למספר 3.}$$

$$\frac{2}{3} - \frac{3}{4} - \frac{4}{5} \text{ בשבר זה ישנם שלושה קווי שבר. אחד מפריד בין המספר 2 למספר 3, השני מפריד בין המספר 4 למספר 5 והשלישי מפריד בין}$$

$$\text{השבר } \frac{2}{3} \text{ לשבר } \frac{4}{5}.$$

שימו לב! אורכם של קווי השבר קובע את האופן שבו יש לבצע את החלוקה.

לדוגמה - נתונים 2 שברים:

$$\frac{2}{3} \quad \frac{2}{4} \quad \frac{2}{5} \quad \frac{2}{4} \quad \frac{2}{5} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{2}{4} \quad \frac{2}{5} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{2}{4} \quad \frac{2}{5}$$

לכאורה, בשני השברים ישנה חלוקה של 2 ב-3 ב-4 ב-5. אולם, כאמור, אורכם של קווי השבר קובע את האופן שבו יש לבצע את החלוקה, ועל כן לשני השברים ישנן תוצאות שונות.

עליכם לזכור שכאשר תרגיל כולל מספר קווי שבר, יש להתחיל בפתרון של **קו השבר הקטן ביותר**, להמשיך לקו הגדול ממנו וכך הלאה עד לקו השבר הגדול ביותר.

כעת, נעבור לפתרון התרגילים שהוצגו לעיל כאשר אנו מתחילים בפתרון של קו השבר הקטן ביותר:

$$1. \quad 2 \text{ חלקי 3 שווה ל-} \frac{2}{3} \text{ כעת, נחלק את } \frac{2}{3} \text{ ב-4 ונקבל: } \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} \quad \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

$$\text{את התוצאה נחלק ב-5 ונקבל: } \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{30}$$

$$2. \quad 4 \text{ חלקי 5 שווה ל-} \frac{4}{5} \text{ כעת, נחלק את } \frac{4}{5} \text{ ב-3 ונקבל: } \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{15} \quad \frac{4}{5} = 3 \cdot \frac{4}{15} = \frac{12}{15}$$

$$\text{נחלק את } \frac{12}{15} \text{ בתוצאה ונקבל: } \frac{12}{15} \cdot \frac{4}{4} = \frac{48}{60} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

✓ **כלל:** כאשר לפנינו תרגיל אשר כולל מספר קווי שבר, עלינו לשים לב לאורכם של קווי השבר. יש להתחיל בפתרון של קו השבר הקטן ביותר. לאחר מכן, להמשיך לקו הגדול ממנו וכך הלאה.

שאלה לדוגמה - מספר קווי שבר

$$\frac{\frac{1}{5} + \frac{1}{7}}{\frac{16}{35}} = ?$$

$$\frac{5}{7} \quad (4)$$

$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

פתרון

תחילה, נחבר בין השברים במונה השבר הראשי: $\frac{1}{5} + \frac{1}{7} = \frac{7}{35} + \frac{5}{35} = \frac{12}{35}$

אם כן, הביטוי שמתקבל לאחר חיבור השברים במונה הוא: $\frac{\frac{12}{35}}{\frac{16}{35}}$

כעת, נבצע כפל בהופכי ונקבל: $\frac{12}{35} \cdot \frac{35}{16} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$

התשובה הנכונה היא (3).

שאלה נוספת - מספר קווי שבר

$$\frac{\frac{2}{5}}{\frac{2}{3}} = ?$$

$$\frac{15}{4} \quad (4)$$

$$\frac{6}{16} \quad (3)$$

$$\frac{4}{15} \quad (2)$$

$$\frac{15}{2} \quad (1)$$

פתרון

כפי שנאמר בשיעור, עלינו להתחיל בפתרון של קו השבר הקטן ביותר.

2 חלקי 3 שווה ל- $\frac{2}{3}$. כעת, נחלק את 5 ב- $\frac{2}{3}$ ונקבל: $\frac{5}{\frac{2}{3}} = 5 \cdot \frac{3}{2} = \frac{15}{2}$

נחלק את 2 בתוצאה ונקבל: $\frac{\frac{15}{2}}{\frac{2}{3}} = 2 \cdot \frac{15}{2} = \frac{15}{1}$

התשובה הנכונה היא (2).

השוואת שברים

בבחינה הפסיכומטרית ייתכן שיופיעו שאלות אשר בהן נדרש להשוות בין שברים. ישנם מספר כללים שמוטב לזכור כאשר אנו נדרשים לעשות כן:

1. כאשר אנו משווים בין שברים חיוביים שהמכנה שלהם זהה, השבר הגדול ביותר הוא זה שהמונה שלו הוא הגדול ביותר ולהפך. זאת, משום שהמכנה קובע את מספר החלקים אשר מרכיבים את השלם, ואילו המונה הקובע את מספר החלקים שאנו בוחרים מתוכם. אם כן, הגיוני שבחירת מספר גדול יותר של חלקים מתוך מספר חלקים זהה תניב תוצאה גדולה יותר.

לדוגמה:

$$\frac{7}{13} - \frac{3}{13} = \frac{5}{13} \quad \frac{7}{13} > \frac{5}{13}$$

אם חילקנו עוגה ל-13 פרוסות שוות (המכנה), אזי הגיוני ש-7 פרוסות הן יותר מ-5 פרוסות ויותר מ-3 פרוסות (מוני השברים).



2. כאשר אנו משווים בין שברים חיוביים שהמונה שלהם זהה, השבר הגדול ביותר הוא זה שהמכנה שלו הוא הקטן ביותר ולהפך. בחירת מספר זהה של חלקים תניב חלק גדול יותר, כאשר השלם יחולק למספר חלקים קטן יותר, שכן כל חלק יהיה גדול יותר.

לדוגמה:

$$\frac{2}{3} - \frac{2}{6} = \frac{2}{6} \quad \frac{2}{3} > \frac{2}{6}$$

אם נקבל 2 פרוסות (המונה) מתוך עוגה מסוימת, אזי החלק הגדול ביותר יתקבל כאשר העוגה תהיה מחולקת למספר החלקים הקטן ביותר.



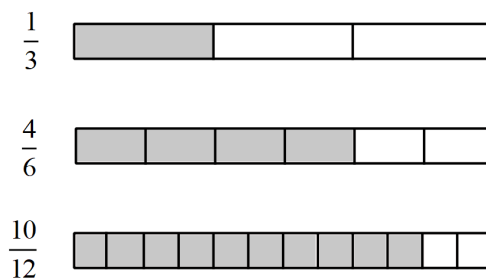
3. כאשר אנו משווים בין שברים חיוביים, ואנו מזהים שישנו הפרש זהה בין המונה למכנה של כל אחד מהם, ניתן לקבוע כי השבר הגדול ביותר הוא זה שהמונה והמכנה שלו הם הגדולים ביותר ולהפך.

לדוגמה:

$$\frac{10}{12} - \frac{1}{3} = \frac{4}{6} - \frac{1}{3}$$

המשותף שלושת השברים הוא ההפרש בין המונה למכנה שלהם - 2. כאשר נתון לנו שבמספר עוגות זהות ישנו חוסר של 2 פרוסות (ההפרש בין המונה למכנה), אזי החוסר יהיה הכי משמעותי כאשר העוגה תהיה מחולקת למספר הפרוסות הקטן ביותר (השבר שהמונה והמכנה שלו הם הקטנים ביותר). כאשר החוסר הוא המשמעותי ביותר, אזי החלק שנשאר הוא הקטן ביותר.

לאור האמור לעיל, השבר הקטן ביותר מבין שלושת השברים הוא $\frac{1}{3}$, ואילו השבר הגדול ביותר הוא $\frac{10}{12}$.



4. כאשר אנו לא מזהים את אחד מהמאפיינים שהוזכרו לעיל, ניתן לצמצם או להרחיב את השברים ולנסות להגיע למצב בו המונה זהה או המכנה זהה.

לדוגמה:

$$\frac{7}{10} - \frac{16}{20} = \frac{68}{80} - \frac{29}{40}$$

כאמור, אם אנו לא מזהים את אחד מהמאפיינים הבסיסיים, ניתן להרחיב או לצמצם את השברים וכך להגיע למצב בו המונים או המכנים זהים.

בדוגמה הזו, הפעולה הנוחה ביותר היא להרחיב את המכנים של השברים למכנה 80.

$$\frac{58}{80} - \frac{68}{80} = \frac{64}{80} - \frac{56}{80}$$

לאחר שנעשה כן נקבל: $\frac{58}{80} - \frac{68}{80} = \frac{64}{80} - \frac{56}{80}$. כעת, לפי כלל 1, ניתן לקבוע כי השבר הגדול ביותר הוא $\frac{68}{80}$.

דוגמה נוספת:

$$\frac{6}{11} - \frac{5}{11} = \frac{7}{13} - \frac{8}{13}$$

מי מבין השברים הבאים הוא הגדול ביותר?

$$\frac{7}{13} - \frac{8}{13} \text{ גדול מ-} \frac{6}{11} - \frac{5}{11}, \text{ וכן כי } \frac{8}{13} \text{ גדול מ-} \frac{7}{13}$$

בין המונה והמכנה של השברים $\frac{6}{11}$ ו- $\frac{8}{13}$ יש הפרש זהה (5).

אם כן, על פי כלל 3, ניתן לקבוע כי $\frac{8}{13}$ גדול יותר.

דרך נוספת להשוואה בין שברים היא "**כפל בהצלבה**".

לפיה, נכפול את מכנה השבר הימני במונה השבר השמאלי, ואת התוצאה המתקבלת נכתוב בצד שמאל. לאחר מכן, נכפול את מכנה השבר השמאלי במונה השבר הימני, ואת התוצאה המתקבלת נכתוב בצד ימין. הצד שבו תימצא תוצאה גדולה יותר (צד ימין או צד שמאל) יעיד על השבר הגדול יותר - למשל, אם התקבלה תוצאה גדולה יותר בצד ימין, אזי השבר שהיה בצד ימין גדול יותר.

לדוגמה:

$$\frac{6}{11} > \frac{8}{13} \text{ : עבדנו בדוגמה הקודמת.}$$

לטובת הנוחות, נפריד בין השברים באמצעות סימן שאלה (?). כמו כן, נפריד בין השלבים המתוארים לעיל באמצעות חץ (\Rightarrow).

$$\frac{6}{11} > \frac{8}{13} \Rightarrow 13 \cdot 6 > 11 \cdot 8 \Rightarrow 78 > 88$$

לפי הכללים שתוארו לעיל נקבל: $78 > 88$. התוצאה הגדולה יותר נמצאת בצד ימין ($78 < 88$), ולכן השבר שהיה בצד ימין ($\frac{8}{13}$) גדול יותר.

שברים שליליים:

כאשר אנו נדרשים להשוות בין שברים שליליים, אנו יכולים לבדוק, על פי הכללים שנלמדו לעיל, מי מבין השברים היה גדול יותר אילו היו השברים חיוביים.

השבר שהיה גדול יותר אילו היו חיוביים, הוא השבר הקטן יותר.

זאת, משום שגודלם של שברים שליליים (ושל מספרים שליליים בכלל) נקבע על פי המרחק שלהם מ-0.

ככל שמרחקו של מספר מ-0 גדול יותר, כך הוא קטן יותר.

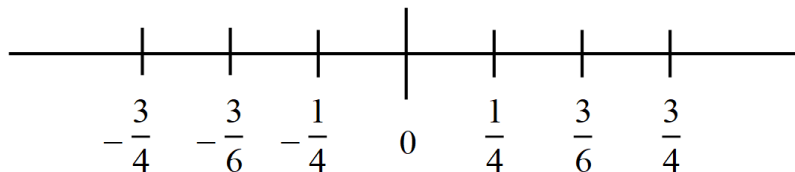
למשל, אם נקבע ששבר א' היה גדול משבר ב' **אילו היו חיוביים**, ניתן לקבוע כי מרחקו של שבר א' מ-0 גדול יותר, ולכן, כשהם שליליים, שבר א' קטן יותר משבר ב'.

לדוגמה:

$$-\frac{3}{4} < -\frac{3}{6} < -\frac{3}{12}$$

אילו השברים היו חיוביים, השבר $-\frac{3}{4}$ היה הגדול ביותר, שכן לשלושת השברים אותו מונה (3) ול- $-\frac{3}{4}$ המכנה הקטן ביותר (כלל 2).

אולם, השברים שליליים ומכאן שהמרחק של $-\frac{3}{4}$ מ-0 הוא הגדול ביותר, ועל כן הוא השבר **הקטן** ביותר.



שאלה לדוגמה - השוואת שברים

ערכו של איזה מהשברים הבאים הוא הקטן ביותר?

$$\frac{45}{46} \quad (4)$$

$$\frac{88}{89} \quad (3)$$

$$\frac{21}{22} \quad (2)$$

$$\frac{78}{79} \quad (1)$$

פתרון

ניתן להבחין כי ההפרש בין המונה לבין המכנה של כל השברים שבתשובות זהה (1). כאמור, כאשר מתקיים מצב כזה, השבר הגדול ביותר הוא זה שהמונה והמכנה שלו הם הגדולים ביותר ולהפך.

כלומר, השבר הקטן ביותר הוא זה שהמונה והמכנה שלו הם הקטנים ביותר - $\frac{21}{22}$.

התשובה הנכונה היא (2).

שאלה נוספת - השוואת שברים

איזה מהאי-שוויונות הבאים נכון?

$$\frac{2}{35} < \frac{4}{45} < \frac{3}{40} \quad (1)$$

$$\frac{2}{35} < \frac{3}{40} < \frac{4}{45} \quad (2)$$

$$\frac{3}{40} < \frac{2}{35} < \frac{4}{45} \quad (3)$$

$$\frac{4}{45} < \frac{2}{35} < \frac{3}{40} \quad (4)$$

פתרון

לא ניתן להבחין בהפרש זהה בין המונה למכנה או במכנה משותף שנוח ליצור. לפיכך, מוטב **לכפול בהצלבה**. ראשית, נבחין כי בארבע התשובות יש את אותם שלושה שברים, אך סדר הופעתם שונה.

נתחיל מהשוואת השברים: $\frac{3}{40}$ ו- $\frac{4}{45}$. נכפול בהצלבה ונקבל: $160 ? 135 \Rightarrow 40 \cdot 4 ? 45 \cdot 3 ? \frac{3}{40} ? \frac{4}{45}$.

התוצאה הגדולה יותר נמצאת בצד ימין ($135 < 160$), ולכן השבר שהיה בצד ימין ($\frac{4}{45}$) גדול יותר.

אם כן, ניתן לפסול את התשובות (1) ו-(4).

כעת, נשווה בין השברים: $\frac{2}{35}$ ו- $\frac{3}{40}$. נכפול בהצלבה ונקבל: $105 ? 80 \Rightarrow 35 \cdot 3 ? 40 \cdot 2 ? \frac{2}{35} ? \frac{3}{40}$.

התוצאה הגדולה יותר נמצאת בצד ימין ($80 < 105$), ולכן השבר שהיה בצד ימין ($\frac{3}{40}$) גדול יותר.

לסיכום, מצאנו כי $\frac{3}{40} < \frac{4}{45}$ וכי $\frac{2}{35} < \frac{3}{40}$. לפיכך: $\frac{2}{35} < \frac{3}{40} < \frac{4}{45}$.

התשובה הנכונה היא (2).

שברים עשרוניים

אנו סבורים שעבודה עם שברים פשוטים מסובכת פחות מעבודה עם שברים עשרוניים. לפיכך, בשאלות שבהן יופיעו שברים עשרוניים אנו ממליצים להמיר אותם לשברים פשוטים, וכן לזכור בעל-פה את הטבלה הבאה:

| | | |
|----------------------|----------------------------|-----------------------|
| $0.1 = \frac{1}{10}$ | $0.11111... = \frac{1}{9}$ | $0.125 = \frac{1}{8}$ |
| $0.2 = \frac{1}{5}$ | $0.33333... = \frac{1}{3}$ | $0.25 = \frac{1}{4}$ |
| $0.5 = \frac{1}{2}$ | $0.66666... = \frac{2}{3}$ | $0.75 = \frac{3}{4}$ |

אגב, בכל אחד מהערכים המופיעים בטבלה ניתן להשתמש כגורם מתווך.

לדוגמה:

אנו יודעים כי $0.1 = \frac{1}{10}$ וכי 0.8 הוא 8 פעמים 0.1. לפיכך, ניתן לקבוע כי: $0.8 = \frac{8}{10}$.

כעת, נפתור 3 תרגילים אשר כוללים כפל או חילוק של שברים עשרוניים.

נתחיל בהעברת השברים העשרוניים לשברים פשוטים, ולאחר מכן נפתור את התרגיל כפי שאנו יודעים:

$$.0.2 \cdot 1.25 \Rightarrow \frac{2}{10} \cdot \frac{5}{4} = \frac{10}{40} = \frac{1}{4} = 0.25 \quad .1$$

$$.0.5 \div 0.4 \Rightarrow \frac{1}{2} \div \frac{4}{10} = \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{4} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} = 1.25 \quad .2$$

$$.0.9 \div 0.25 \Rightarrow \frac{9}{10} \div \frac{1}{4} = \frac{9}{10} \cdot \frac{4}{1} = \frac{36}{10} = 3.6 \quad .3$$

שאלה לדוגמה - שברים עשרוניים

$$2.5 \cdot 0.2 \div 20 = ?$$

0.025 (4)

0.02 (3)

0.25 (2)

2.5 (1)

פתרון

$$.2.5 \cdot 0.2 \Rightarrow \frac{5}{2} \cdot \frac{2}{10} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

ראשית, נכפול את 2.5 ב-0.2 ונקבל: $\frac{1}{2}$

$$\frac{1}{2} : 20 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{20} = \frac{1}{40} = 0.025$$

כעת, נחלק את התוצאה ב-20 ונקבל: 0.025

הערה: ניתן היה לחלק את 0.2 ב-20 ולאחר מכן לכפול את התוצאה ב-2.5.

התשובה הנכונה היא (4).

סיכום

1. מספר קווי שבר:

כאשר לפנינו תרגיל אשר כולל מספר קווי שבר, עלינו לשים לב לאורכם של קווי השבר. יש להתחיל בפתרון של קו השבר הקטן ביותר. לאחר מכן, להמשיך לקו הגדול ממנו וכך הלאה.

2. השוואת שברים:

- כאשר אנו משווים בין שברים חיוביים שהמכנה שלהם זהה, השבר הגדול ביותר הוא זה שהמונה שלו הוא הגדול ביותר ולהפך.
- כאשר אנו משווים בין שברים חיוביים שהמונה שלהם זהה, השבר הגדול ביותר הוא זה שהמכנה שלו הוא הקטן ביותר ולהפך.
- כאשר אנו משווים בין שברים חיוביים, ואנו מזהים שישנו הפרש זהה בין המונה למכנה של כל אחד מהם, ניתן לקבוע כי השבר הגדול ביותר הוא זה שהמונה והמכנה שלו הם הגדולים ביותר ולהפך.
- כאשר אנו לא מזהים את אחד מהמאפיינים שהוזכרו לעיל, ניתן לצמצם או להרחיב את השברים ולנסות להגיע למצב בו המונה זהה או המכנה זהה.
- תמיד ניתן לבצע **כפל בהצלבה** - לכפול את מכנה השבר הימני במונה השבר השמאלי, ואת התוצאה המתקבלת לכתוב בצד שמאל. לאחר מכן, לכפול את מכנה השבר השמאלי במונה השבר הימני, ואת התוצאה המתקבלת לכתוב בצד ימין. הצד שבו תימצא תוצאה גדולה יותר יעיד על השבר הגדול יותר.

3. שברים עשרוניים:

אנו ממליצים להמיר שברים עשרוניים לשברים פשוטים ולאחר מכן לפתור לפי הכללים שאנו מכירים.

הערה:

רוב השאלות המופיעות בבחינה בנושא שברים בלבד הן שאלות טכניות, ובשל כך הן פשוטות יותר. השאלות שלנו נועדו לדמות ברמתן, ככל האפשר, את רמת השאלות בבחינה, ולכן במקבצים הבאים תיתקלו בשאלות אשר פשוטות יותר אף הן. למרות זאת, אנו ממליצים להשקיע רבות בפתרון, שכן השליטה שלנו בנושא שברים תסייע לנו בפרק הכמותי כולו.

סוף שיעור - בהצלחה בתרגול!