בעיות כמותיות

בעיות תנועה

© כל הזכויות שמורות לניב רווח פסיכומטרי בע"מ.

בעיות תנועה

נוסחת התנועה

בעיות תנועה בבחינה הפסיכומטרית דורשות שימוש בנוסחת התנועה: דרך = זמן · מהירות.

נסביר להלן את משמעותו של כל אחד משלושת מרכיבי הנוסחה.

<u>זמן:</u>

את הזמן יכולות לייצג יחידות שונות, כגון: שניות, דקות, שעות ואף ימים או שבועות.

נציין כי היחידה הנפוצה ביותר בבחינה היא **שעות**.

<u>דרך:</u>

את הדרך יכולות לייצג יחידות שונות, כגון: ס"מ, מטר וקילומטר (ק"מ).

נציין כי היחידה הנפוצה ביותר בבחינה היא **קילומטר**.

<u>מהירות:</u>

המהירות היא המרחק שגוף מסוים עובר ביחידת זמן מסוימת. את המהירות יכולות לייצג יחידות שונות כגון: מטרים בשנייה, קילומטרים בשעה (קמ"ש) ועוד.

נציין כי היחידה הנפוצה ביותר בבחינה היא **קמ"ש**.

© **כל הזכויות שמורות לניב רווח פסיכומטרי בע"מ.**

שאלה לדוגמה - נוסחת התנועה

יואל נסע x שעות במהירות y קמ"ש, ולאחר מכן נסע עוד y שעות במהירות x קמ"ש.

מה המרחק שעבר יואל בסך הכל (בק"מ)?

(1) $x+y$

(2) x^2+y^2

(3) $(x+y)^2$

(4) $2xy$

<u>פתרון</u>

<u>דרך א' - פתרון אלגברי:</u>

לפי נוסחת התנועה אנו יודעים כי: דרך = זמן · מהירות.

בחלקה הראשון של הדרך יואל נסע x שעות במהירות y קמ"ש, ומכאן שעבר דרך של $x \cdot y$ ק"מ.

בחלקה השני של הדרך יואל נסע y שעות במהירות x קמ"ש, ומכאן שעבר שוב דרך של $y \cdot x$ ק"מ.

נחבר את שני החלקים, ונקבל כי בסך הכל, יואל עבר דרך של $xy+yx=2xy$. כלומר, $2xy$ ק"מ.

<u>דרך ב' - הצבת מספרים:</u>

מאחר שהתשובות תלויות בנעלמים המופיעים בשאלה, נוכל להציב מספרים בגוף השאלה וכן בביטויים המופיעים בתשובות, וכך למצוא את התשובה הנכונה.

נבחר מספרים נוחים ונציב אותם בגוף השאלה: $x=10$, $y=5$.

לפי הצבה זו, בחלקה הראשון של הדרך יואל עבר: $10 \cdot 5 = 50$. כלומר, 50 ק"מ.

בחלקה השני של הדרך יואל עבר: $5 \cdot 10 = 50$. כלומר, 50 ק"מ גם כן.

נחבר את שני החלקים ונקבל שיואל עבר: $50+50=100$. כלומר 100 ק"מ.

כעת, נציב את הנעלמים בתשובות, כדי לחפש את התשובה שערך הביטוי המופיע בה הוא 100:

תשובה (1): $x+y=10+5=15$. התשובה נפסלת.

תשובה (2): $x^2+y^2=10^2+5^2=100+25=125$. התשובה נפסלת.

תשובה (3): $(x+y)^2=(10+5)^2=225$. התשובה נפסלת.

תשובה (4): $2xy=2 \cdot 10 \cdot 5=100$. זו התשובה הנכונה.

התשובה הנכונה היא (4).

© **כל הזכויות שמורות לניב רווח פסיכומטרי בע"מ.**

פישוט נוסחת התנועה

נזכיר את נוסחת התנועה: דרך = זמן · מהירות.

את הנוסחה ניתן לפשט ולכתוב בשתי דרכים נוספות, אשר לעתים יהיה לנו נוח יותר להשתמש בהן:

1. אם נחלק את הנוסחה ב"רכיב הזמן", נקבל: $\text{מהירות} = \frac{\text{דרך}}{\text{זמן}}$.

2. אם נחלק את הנוסחה ב"רכיב המהירות", נקבל: $\text{זמן} = \frac{\text{דרך}}{\text{מהירות}}$.

נשתמש במספר דוגמאות על מנת להמחיש את השימוש בשלוש הנוסחאות:
אם נתון לנו כי מהירותו של רכב היא 80 קמ"ש ושהזמן בו הוא נוסע במהירות זו הוא 3 שעות,
ניתן להציב את הנתונים בנוסחת התנועה ולגלות כי הדרך שהרכב עבר היא $240 = 80 \cdot 3$. כלומר, 240 ק"מ.

דוגמה נוספת:
אם נתון לנו שהדרך מחיפה לתל אביב היא 100 ק"מ, ועוד נתון כי רכב מסוים עבר את הדרך הזו ב-4 שעות במהירות קבועה,
ניתן להציב את הנתונים בנוסחה הראשונה, ולקבל את המהירות שבה הרכב נע: $25 = \frac{100}{4}$. כלומר, 25 קמ"ש.

דוגמה נוספת:
אם נתון לנו שהדרך מחיפה לבאר שבע היא 200 ק"מ, ועוד נתון כי רכב מסוים עושה דרך זו במהירות של 400 קמ"ש, ניתן להציב את הנתונים בנוסחה השנייה, ולקבל את הזמן שארכה הנסיעה:
$\frac{1}{2} = \frac{200}{400}$. כלומר, $\frac{1}{2}$ שעה.

חשוב לשים לב:
כאשר אנו עובדים עם נוסחת התנועה, עלינו להקפיד ***"לדבר באותה שפה"***, כלומר להשתמש באותן יחידות. אם למשל אנו עובדים עם קמ"ש כיחידת מהירות, עלינו להקפיד על כך שיחידות הזמן איתן אנו עובדים הן בשעות, ויחידות הדרך הן בק"מ.

© **כל הזכויות שמורות לניב רווח פסיכומטרי בע"מ.**

שאלה לדוגמה - פישוט נוסחת התנועה

יגאל יצא בשעה 11:00 בבוקר מביתו שבטבריה לכיוון אילת, מרחק של 500 ק"מ.

את 150 הק"מ הראשונים נסע במהירות 100 קמ"ש, $\frac{1}{5}$ מהדרך שנותרה נסע במהירות 70 קמ"ש, ולבסוף,

את יתרת הדרך נסע במהירות 80 קמ"ש.

באיזו שעה הגיע יגאל לאילת?

(1) 17:00

(2) 17:30

(3) 18:00

(4) 18:30

<u>**פתרון**</u>

נחלק את הדרך שיגאל עבר לקטעים, ונחשב את הזמן שלקח לו לעבור כל קטע:

בקטע הראשון נסע יגאל 150 ק"מ במהירות של 100 קמ"ש, ומכאן שהזמן שלקח לו לעבור קטע זה הוא: $1.5 = \frac{150}{100}$.

כלומר, 1.5 שעות. בשלב זה, הדרך שנותרה לו היא $350 = 500 - 150$. כלומר, 350 ק"מ.

בקטע השני נסע יגאל חמישית מיתרת הדרך, שהיא: $70 = \frac{350}{5}$. כלומר, 70 ק"מ, אותם עבר יגאל במהירות 70 קמ"ש ולכן

הזמן שלקח לו לעבור קטע זה הוא: $1 = \frac{70}{70}$. כלומר, שעה אחת.

בקטע השלישי, יתרת הדרך היא $280 = 350 - 70$. כלומר, 280 ק"מ, שאותם עבר יגאל במהירות 80 קמ"ש,

ולכן הזמן שלקח לו לעבור את החלק הזה הוא: $3.5 = \frac{280}{80}$. כלומר, 3.5 שעות.

כעת, נחבר את הזמנים במקטעים השונים: $6 = 1.5 + 1 + 3.5$. כלומר, 6 שעות.

לכן, אם נתון שיגאל יצא בשעה 11:00 מביתו, הרי שהגיע אל היעד 6 שעות מאוחר יותר, בשעה 17:00.

התשובה הנכונה היא (1).

© **כל הזכויות שמורות לניב רווח פסיכומטרי בע"מ.**

שאלה נוספת - פישוט נוסחת התנועה

שמוליק נסע x ק"מ במהירות 10 קמ"ש, ולאחר מכן עוד $2x$ ק"מ במהירות 5 קמ"ש.

כל הנסיעה ארכה 6 שעות.

$x = ?$

(1) 10
(2) 12
(3) 15
(4) 8

פתרון

נתונים בשאלה 2 חלקי דרך שונים, הראשון בן x ק"מ, והשני בן $2x$ ק"מ.

עבור כל אחד מהקטעים הללו, נתונה לנו המהירות שבה שמוליק נסע - 10 קמ"ש במקטע הראשון ו-5 קמ"ש בשני.

בנוסף, נתון בשאלה כי הזמן הכולל שלקח לשמוליק לעבור את שני הקטעים הוא 6 שעות.

נזכיר כי לפי נוסחת התנועה: $\text{זמן} = \frac{\text{דרך}}{\text{מהירות}}$.

כעת, נציב את נתוני השאלה בנוסחה: $6 = \frac{2x}{5} + \frac{x}{10}$.

נכפול את שני אגפי המשוואה ב-10 ונקבל: $60 = x + 4x$.

לאחר מכן, נכנס איברים דומים: $60 = 5x$.

כעת, נחלק את שני אגפי המשוואה ב-5: $12 = x$.

התשובה הנכונה היא (2).

✓ **כלל:** בכל פעם שנתונים לנו שני רכיבים מנוסחת התנועה, ניתן למצוא את השלישי על ידי שימוש בנוסחה.

© **כל הזכויות שמורות לניב רווח פסיכומטרי בע"מ.**

המרת יחידות תנועה

שאלות מסוימות בבחינה עשויות שלא "לדבר באותה שפה", כלומר לערב יחידות שונות של זמן/מהירות/דרך. לפיכך, כדאי לנו להכיר את היחידות השונות ולדעת לעשות את המעבר מיחידה ליחידה.

יחידות "דרך" שכדאי לזכור:

סנטימטר (ס"מ) = 10 מ"מ.

מטר = 100 ס"מ.

קילומטר (ק"מ) = 1,000 מטר.

יחידות "זמן" שכדאי לזכור:

דקה = 60 שניות.

שעה = 60 דקות, או 3,600 שניות.

מעבר מיחידות של **מטרים בשנייה** ליחידות של **ק"מ בשעה** יתבצע ע"י הכפלה פי 3.6 (שווה להכפלה פי $\frac{18}{5}$).

ניתן לבצע את המעבר הפוך, כלומר מעבר מיחידות של ק"מ בשעה ליחידות של מטרים בשנייה יתבצע ע"י חלוקה פי 3.6 (שווה להכפלה פי $\frac{5}{18}$).

לדוגמה:

מהירות של 5 מטרים בשנייה, זהה למהירות של 18 קמ"ש, שכן: $5 \cdot 3.6 = 5 \cdot \frac{18}{5} = 18$.

דוגמה נוספת:

מהירות של 36 קמ"ש, זהה למהירות של 10 מטרים בשנייה, שכן: $36 \div 3.6 = 36 \cdot \frac{5}{18} = 2 \cdot 5 = 10$.

© כל הזכויות שמורות לניב רווח פסיכומטרי בע"מ.

שאלה לדוגמה - המרת יחידות תנועה

איילת נסעה במכוניתה על גשר שאורכו 300 מטרים. הזמן שלקח לאיילת לעבור את הגשר הוא 20 שניות.

מה הייתה מהירות נסיעתה של איילת (בקמ"ש)?

(1) 18

(2) 60

(3) 54

(4) 72

<u>פתרון</u>

נתון בשאלה כי איילת עברה 300 מטרים ב-20 שניות, ומכאן כי מהירותה היא: $15 = \frac{300}{20}$.

כלומר, 15 מטרים בשנייה.

אנו מחפשים את מהירות נסיעתה של איילת בקמ"ש,

ולכן עלינו להמיר את היחידות ממטרים בשנייה לקמ"ש.

אם איילת עברה 15 מטרים בשנייה, נכפיל נתון זה ב- $1 = \frac{60}{60}$ (בדקה 60 שניות) ונקבל שאיילת עוברת:

$15 \cdot 60 = 900$. כלומר, 900 מטרים בדקה.

אם נכפיל ב- $1 = \frac{60}{60}$ פעם נוספת (בשעה 60 דקות), נקבל את הדרך שאיילת עוברת בשעה:

$900 \cdot 60 = 54{,}000$. כלומר, 54,000 מטרים בשעה.

54,000 מטרים הם 54 ק"מ (חילקנו ב-1,000), ולפיכך איילת עוברת 54 ק"מ בשעה.

מהירותה היא 54 קמ"ש.

<u>דרך חישוב נוספת:</u>

כפי שנאמר בשיעור, ניתן לבצע המרה ממטרים בשנייה לקמ"ש על ידי הכפלה ב-3.6:

לפיכך, אם אנו יודעים שמהירותה של איילת היא 15 מטרים בשנייה, נכפיל נתון זה ב-3.6 ונקבל:

$15 \cdot 3.6 = 15 \cdot \frac{18}{5} = 3 \cdot 18 = 54$.

מהירותה היא 54 קמ"ש.

התשובה הנכונה היא (3).

© **כל הזכויות שמורות לניב רווח פסיכומטרי בע"מ.**

יחסים בנוסחת התנועה

לעיתים, שימוש ביחס שבין הגורמים השונים בנוסחת התנועה (זמן, מהירות ודרך) עשוי לקצר לנו את משך הפתרון של שאלות מסוימות.

<u>לדוגמה - יחס הפוך בין מהירות לזמן כאשר הדרך נשארת קבועה:</u>

אדם אשר צריך לעבור דרך של 600 ק"מ, ב-100 קמ"ש, יעשה זאת ב: $6 = \frac{600}{100}$. כלומר, 6 שעות.

אם אותו אדם ייאלץ לעשות את **אותה הדרך** במהירות קטנה פי 2 (50 קמ"ש), אזי הוא ייעשה זאת

ב- $12 = \frac{600}{50}$. כלומר, 12 שעות, שהן פי 2 יותר זמן.

מכאן, ניתן להסיק **שכל עוד הדרך נשארת קבועה**, מתקיים **יחס הפוך** בין המהירות לזמן.

כלומר, אם גוף מסוים נע **במהירות קטנה פי 2**,

אזי משך הזמן שייקח לו לעבור את אותה הדרך הוא **ארוך פי 2**.

<u>דוגמה נוספת - יחס ישר בין מהירות לדרך כאשר פרק הזמן זהה:</u>

אם אותו אדם (מהדוגמה הקודמת) יחליט לנסוע במהירות גבוהה פי 3, כלומר 150 קמ"ש במשך 12 שעות, אזי הדרך שיספיק היא: $1800 = 150 \cdot 12$, כלומר 1,800 ק"מ, שהם דרך ארוכה פי 3 מ-600 ק"מ.

מכאן, ניתן להסיק שכל עוד מדובר באותו פרק זמן, מתקיים **יחס ישר** בין המהירות לדרך.

כלומר, אם שני גופים נעים **למשך פרק זמן זהה**, ואחד מהם מהיר פי 3, אזי הוא יעבור דרך ארוכה פי 3.

<u>דוגמה נוספת - יחס ישר בין זמן לדרך כאשר המהירות קבועה:</u>

אם אותו אדם (מהדוגמה הקודמת) הנוסע במהירות של 150 קמ"ש, יחליט לקצר את זמן נסיעתו פי 6

($2 = \frac{12}{6}$. כלומר, ייסע שעתיים בלבד), אזי הוא יעבור $300 = 2 \cdot 150$, כלומר 300 ק"מ, שהם דרך קטנה פי 6 מ-1,800 ק"מ.

מכאן, ניתן להסיק שכאשר המהירות קבועה, מתקיים **יחס ישר** בין הזמן לדרך.

כלומר, אם שני גופים נעים **באותה המהירות**, ואחד מהם נע למשך זמן קטן פי 6, אזי הוא יעבור דרך הקצרה פי 6.

© **כל הזכויות שמורות לניב רווח פסיכומטרי בע"מ.**

שאלה לדוגמה - יחסים בנוסחת התנועה

חגי נסע מ-A ל-B במהירות x קמ"ש, ולאחר שלוש שעות הגיע ל-B.
ידוע כי הדרך מ-B ל-C ארוכה פי 1.5 מהדרך מ-A ל-B.

בכמה זמן (בדקות) יגיע חגי מ-B ל-C אם ייסע במהירות 3x קמ"ש?

(1) 30
(2) 120
(3) 60
(4) 90

__פתרון__

__דרך א' - יחסים בנוסחת התנועה:__

נתון שהדרך מ-B ל-C ארוכה פי 1.5 מהדרך מ-A ל-B, ולכן ניתן לקבוע שהזמן שלקח לו לעבור את הדרך מ-B ל-C אף הוא ארוך פי 1.5: $3\cdot1.5=4.5$. כלומר, 4.5 שעות.

אולם, נתון לנו שחגי הכפיל את מהירותו פי 3, ולפיכך משך הזמן שייקח לו לעבור את הדרך קטן פי 3: $1.5=\frac{4.5}{3}$. כלומר, 1.5 שעות. נמיר את השעות לדקות ע"י הכפלה ב-60: $1.5\cdot60=90$. כלומר, 90 דקות.

__דרך ב' - הצבת מספרים:__

עלינו לבחור מספרים שהם כפולות נוחות שיאפשרו לנו עבודה מהירה ויעילה, לדוגמה שהדרך תצליח להתחלק במהירות או בזמן או בשניהם (למעשה, לא משנה אילו מספרים נציב שכן מדובר בשאלת יחסים, אך החשיבות היא לבחור מספרים נוחים):

נציב $x=100$ בתור מהירות, ונקבל שהדרך מ-A ל-B היא $3\cdot100=300$. כלומר, 300 ק"מ.

מכאן, שהדרך מ-B ל-C שאמורה להיות גדולה פי 1.5 תהיה: $300\cdot1.5=450$. כלומר, 450 ק"מ.

כאשר המהירות של חגי בחלק הזה של הדרך תהיה גדולה פי 3 ($3\cdot100=300$), כלומר 300 קמ"ש, הזמן יהיה: $1.5=\frac{450}{300}$.

כלומר, 1.5 שעות. נכפיל ב-60 ונקבל את הזמן בדקות: $1.5\cdot60=90$.

התשובה הנכונה היא (4).

© כל הזכויות שמורות לניב רווח פסיכומטרי בע"מ.

דוגמה נוספת – יחסים בנוסחת התנועה

רעות וענת יצאו בו-זמנית בריצה זו לכיוונה של זו. מהירות הריצה של רעות גדולה פי $1\frac{1}{3}$ ממהירותה של ענת.

איזה חלק של המרחק ביניהם רצה **ענת** עד שנפגשו?

(1) $\frac{3}{4}$
(2) $\frac{3}{7}$
(3) $\frac{1}{3}$
(4) $\frac{1}{4}$

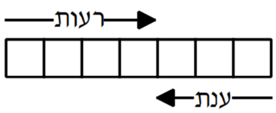
פתרון

דרך א' – שימוש ביחסי התנועה:

נתון כי רעות מהירה מענת פי $1\frac{1}{3}$, כלומר פי $\frac{4}{3}$.

המשמעות היא, שיחס המהירויות ביניהן הוא 4:3 לטובת רעות, ומכאן כי גם יחס המרחקים שירוצו עד לפגישה ביניהן הוא 4:3 לטובת רעות, שכן קיים **יחס ישר** בין מהירות לבין דרך (מי שמהיר יותר, יעבור דרך ארוכה יותר באותו זמן).

מכאן שענת תרוץ 3 חלקים מתוך $3 + 4 = 7$ בסה"כ, כלומר: $\frac{3}{7}$ מהדרך.



דרך ב' – הצבת מספרים:

מאחר שמדובר ביחסים בין מהירויות, ניתן להציב מספרים נוחים ולעבוד עימם.

נציב בתור מהירותה של ענת 30 קמ"ש. מכאן שמהירותה של רעות היא: $30 \cdot 1\frac{1}{3} = 40$, כלומר, 40 קמ"ש.

נניח שרעות וענת נפגשו אחרי שעה של ריצה. בשעה, ענת הספיקה לרוץ 30 ק"מ, ואילו רעות הספיקה 40 ק"מ.

סה"כ הדרך שהשתיים רצו יחד היא: $30 + 40 = 70$, כלומר, 70 ק"מ.

מכאן שענת רצה 30 ק"מ מתוך 70 ק"מ: $\frac{30}{70} = \frac{3}{7}$.

התשובה הנכונה היא (2).

לסיכום:

1. ישנו **יחס ישר** בין מהירות לבין דרך: **בפרק זמן נתון**, ככל שתיסע מהר יותר, תעבור דרך ארוכה יותר.

2. ישנו **יחס ישר** בין זמן לבין דרך: **במהירות נתונה**, ככל שתיסע יותר זמן, תעבור דרך ארוכה יותר.

3. ישנו **יחס הפוך** בין מהירות לבין זמן: **בדרך נתונה**, ככל שתיסע מהר יותר, תגיע בזמן קצר יותר.

© **כל הזכויות שמורות לניב רווח פסיכומטרי בע"מ.**

מהירות ממוצעת

בשאלות מסוימות בבחינה, עשויים לדרוש מאיתנו למצוא מהירות ממוצעת בדרך בה ישנם מספר מקטעים והזמן בכל מקטע, כמו גם המהירות בו, שונים.

ניקח לדוגמה מכונית אשר נוסעת שעתיים במהירות של 70 קמ"ש ועוד 4 שעות במהירות של 40 קמ"ש.

נזכיר כי לפי נוסחת התנועה, על מנת למצוא את המהירות, עלינו לחלק את הדרך בזמן: $\text{מהירות} = \frac{\text{דרך}}{\text{זמן}}$.

לפיכך, אם נרצה למצוא את המהירות הממוצעת בכל הנסיעה, עלינו לחלק את **סך כל הדרך בסך כל הזמן**.

כאמור, במקטע הראשון המכונית נוסעת שעתיים במהירות של 70 קמ"ש, ולפיכך הדרך שהמכונית תעבור במקטע זה היא: $2 \cdot 70 = 140$. כלומר, 140 ק"מ.

במקטע השני, המכונית נוסעת 4 שעות במהירות של 40 קמ"ש, ולפיכך תעבור $4 \cdot 40 = 160$.

כלומר, 160 ק"מ.

כעת, נחבר את הדרך שהמכונית עברה בשני המקטעים, ונחלק אותה בזמן שלקח לה לעבור אותם:

$$\frac{4 \cdot 40 + 2 \cdot 70}{4+2} = \frac{160+140}{6} = \frac{300}{6} = 50.$$

המהירות הממוצעת של המכונית בדוגמה המופיעה לעיל היא 50 קמ"ש.

<u>הערה:</u> אם נעשית עצירה בדרך, עלינו להוסיף אותה בחישוב בנוסחה. עצירה של שעה למשל, פירושה תוספת של 0 במונה (0 ק"מ) ו-1 במכנה (שעה אחת).

שאלה לדוגמה - מהירות ממוצעת

אדווה נסעה שעה אחת במהירות 10 קמ"ש, שעתיים במהירות 20 קמ"ש, שלוש שעות במהירות 30 קמ"ש, וארבע שעות במהירות 40 קמ"ש.

מה הייתה מהירותה הממוצעת של אדווה לאורך הנסיעה כולה?

(1) 25 (2) 22 (3) 33 (4) 30

<u>פתרון</u>

נחשב את סך כל הדרך (מהירות כפול זמן בכל חלק בנפרד), ונחלק בסך כל הזמן (משך הנסיעה כולה):

$$\frac{1 \cdot 10 + 2 \cdot 20 + 3 \cdot 30 + 4 \cdot 40}{1+2+3+4} = \frac{10+40+90+160}{10} = \frac{300}{10} = 30.$$

המהירות הממוצעת של אדווה לאורך הנסיעה כולה היא 30 קמ"ש.

התשובה הנכונה היא (4).

✓ **כלל:** בחישוב מהירות ממוצעת, עלינו לחשב את סך כל הדרך, ולחלק סכום זה בסך כל הזמן.

© **כל הזכויות שמורות לניב רווח פסיכומטרי בע"מ.**

חיבור מהירויות

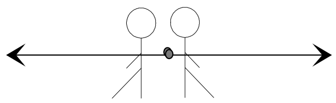
חלק מבעיות התנועה בבחינה יכילו נתונים לגבי שני משתתפים.

לדוגמה, שני אנשים הרצים זה לכיוונו של חברו, או לחילופין אדם הבורח מחברו, תנועה של שתי רכבות ועוד.

כאשר יש בשאלה נתונים לגבי שני משתתפים, עלינו לזכור את הכללים הבאים:

תנועה בכיוונים **מנוגדים** היא תנועה בכיוונים **הפוכים**, כלומר אם אדם אחד נמצא במזרח והוא הולך למערב, ואדם אחר נמצא במערב והוא הולך למזרח, אזי הם נעים בכיוונים **מנוגדים** אך **מתקרבים** זה לזה:

לעומת זאת, אם שניהם נמצאים באותה נקודה, ואחד מהם הולך מזרחה והשני מערבה, הם נעים בכיוונים **מנוגדים** ו**מתרחקים** זה מזה:



__**תנועה בכיוונים מנוגדים - כאשר הגופים מתקרבים אחד לשני**__

כאשר שני גופים נעים זה לכיוונו של זה, ויש ביניהם איזשהו מרחק או פער התחלתי,

הם למעשה "פועלים יחד" **לצמצם** את הפער.

__לדוגמה:__

אוהד ואבי נמצאים על שני קצוות שונים של גשר אשר אורכו 100 מטרים.

נתון שמהירותו של אוהד היא 10 מטרים בשנייה, ואילו מהירותו של אבי היא 40 מטרים בשנייה.

כאשר אוהד ואבי נעים זה לכיוון זה, הם למעשה מצמצמים $10+40=50$. כלומר, 50 מטרים בשנייה.

וכעבור 2 שניות ($50\cdot 2=100$, כלומר 100 מטרים) הם ייפגשו.

בשל העובדה שהם נעים זה לכיוונו של זה, יכולנו מלכתחילה לחבר את המהירויות שלהם ולהציב את הנתונים בנוסחת התנועה.

הדרך שעליהם לעבור היא 100 מטרים, ומאחר שהם "פועלים יחד", המהירות **המשותפת** שלהם היא:

$10+40=50$. כלומר, 50 מטרים בשנייה.

נחלק את הדרך במהירות ונקבל את הזמן: $2=\frac{100}{50}$. כלומר, 2 שניות. זה הזמן שיעבור עד לפגישה ביניהם.

__**תנועה בכיוונים מנוגדים - כאשר הגופים מתרחקים האחד מהשני**__

כאשר שני גופים מתרחקים זה מזה, הם "פועלים יחד" **להגדיל** את הפער או המרחק ההתחלתי ביניהם.

אם אוהד ואבי נמצאים שוב על שני הקצוות השונים של אותו גשר, והפעם מהירותו של אוהד היא 20 מטרים בשנייה, ואילו מהירותו של אבי היא 30 מטרים בשנייה, אזי המרחק ביניהם גדל ב-50 מטרים כל שנייה.

כלומר, אם היו שואלים אותנו תוך כמה זמן יגדילו את המרחק ביניהם אוהד ואבי ב-300 מטרים נוספים (פרט ל-100 המטרים

© כל הזכויות שמורות לניב רווח פסיכומטרי בע"מ.

הראשונים), היה עלינו לחלק את הדרך הרצויה (300 מטרים) במהירות ה"משותפת" שלהם, כלומר $20+30=50$, שהיא 50 מטרים בשנייה: $\frac{300}{50}=6$. כלומר, 6 שניות.

__הערה:__ בשני המקרים המופיעים לעיל, הגופים נעו בכיוונים **מנוגדים**, כאשר פעם הם "פעלו יחד" **לצמצם** את הפער ביניהם, ופעם **להגדיל** את הפער ביניהם. בשני המקרים, יכולנו לחבר את מהירותם של שני הגופים, ולהתייחס אליהם כאל גוף אחד הנע במהירות "משותפת".

שאלה לדוגמה - חיבור מהירויות

רכבת יוצאת בשעה 09:00 מנקודה A אל נקודה B במהירות של 120 קמ"ש.

בשעה 09:20, יוצאת בכיוון הנגדי רכבת מנקודה B לנקודה A במהירות של 150 קמ"ש.

המרחק בין נקודה A לנקודה B הוא 175 ק"מ.

באיזו שעה יפגשו הרכבות?

(1) 09:30

(2) 09:50

(3) 10:10

(4) 10:30

__פתרון__

בחלקה הראשון של השאלה, במשך 20 דקות (שליש שעה), אחת הרכבות נוסעת לבדה במהירות 120 קמ"ש, ולכן תעבור מרחק של $\frac{1}{3}\cdot 120=40$. כלומר, 40 ק"מ. מכיוון שסך הדרך בין נקודה A לנקודה B הוא 175 ק"מ, הרי שכעת נותר המרחק בין הרכבות $175-40=135$. כלומר, 135 ק"מ בלבד.

בשלב זה של השאלה, יוצאת הרכבת מכיוון נקודה B לנקודה A, כך שכרגע שתיהן **מצמצמות יחדיו** את הפער ביניהן. מהירות סגירת הפער היא חיבור המהירויות שלהן: $120+150=270$. כלומר, 270 קמ"ש.

נחשב את הזמן שייקח לפער להיסגר ע"י חילוק הדרך במהירות: $\frac{135}{270}$, כלומר $\frac{1}{2}$ שעה, שהיא 30 דקות.

נזכיר כי בתחילה נסעה אחת הרכבות 20 דקות לבדה, כך שבסך הכל חלפו 50 דקות עד לרגע בו נפגשו - 09:50

התשובה הנכונה היא (2).

© כל הזכויות שמורות לניב רווח פסיכומטרי בע"מ.

חיסור מהירויות

ניתן להבחין בין 2 מקרים שונים:

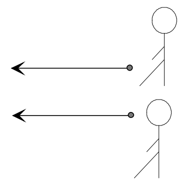
1. **שני הגופים יוצאים בדיוק מאותה נקודה:**

במקרה זה, אם האחד מהיר מהשני, ייפתח ביניהם פער. מהירות פתיחת הפער היא **הפרש** המהירויות ביניהם. לדוגמה, אם האחד נע במהירות 6 מטרים בשנייה, וחברו במהירות 5 מטרים בשנייה, הרי שבכל שנייה ייפתח ביניהם פער של מטר אחד. כמו כן, אם האחד נע במהירות של 6 מטרים בשנייה, וחברו במהירות של 2 מטרים בשנייה, אזי בכל שנייה ייפתח ביניהם פער של 4 מטרים.

מכאן אנו מבינים שכאשר שני גופים נעים באותו הכיוון, ואחד מהיר מהשני, ניתן לחסר בין המהירויות שלהם ולגלות מהו הפער שיפתח ביניהם בכל יחידת זמן.

לדוגמה, אם נישאל תוך כמה שניות הפער בין שני החברים יהיה 40 מטרים, נחלק את הדרך (40 מטרים) בחיסור המהירויות של שני הגופים (4 מטרים בשנייה), נקבל את הזמן שייקח לפער להיפתח:

$\frac{40}{4}=10$. כלומר, 10 שניות.



2. **שני הגופים אינם יוצאים מאותה נקודה:**

במקרה זה, אם הרודף מהיר מהבורח, הרי שהפער ביניהם יצטמצם עד שייסגר. מהירות סגירת הפער היא הפרש המהירויות ביניהם. אם הבורח מהיר מהרודף הרי שהפער ימשיך להיפתח ולגדול, ומהירות פתיחת הפער תהיה הפרש המהירויות כפי שהוסבר לעיל.

בשני המקרים הללו, **מהירות פתיחת/סגירת הפער היא הפרש המהירויות ביניהם**.

<u>לדוגמה:</u>

נניח שמהירותה של איריס היא 6 מטרים בשנייה ואילו מהירותה של עדי היא 4 מטרים בשנייה.

כאשר איריס רודפת אחרי עדי, היא מצמצמת 2 מטרים בכל שנייה.

לפיכך, אם לדוגמה היה ביניהן פער התחלתי של 20 מטרים, והיינו נשאלים תוך כמה שניות תצליח להשיג עדי את איריס, היה עלינו לחלק את הפער ההתחלתי (20 מטרים) בחיסור המהירויות שלהן $6-4=2$:

$\frac{20}{2}=10$. כלומר, 10 שניות.

© כל הזכויות שמורות לניב רווח פסיכומטרי בע"מ.

שאלה לדוגמה - חיסור מהירויות

רוכב אופניים יוצא מתל אביב לבאר שבע בשעה 16:00, ומהירותו 15 קמ"ש.

בשעה 17:20 יוצא רוכב נוסף מתל אביב לבאר שבע, ומהירותו 20 קמ"ש.

באיזו שעה יגיע הרוכב השני אל הרוכב הראשון?

(1) 21:20
(2) 20:30
(3) 20:00
(4) 21:00

__פתרון__

בשלב הראשון של השאלה, הרוכב הראשון פותח פער מהרוכב השני.

הוא נוסע במשך שעה ושליש ($\frac{4}{3}=\frac{80}{60}$) במהירות של 15 קמ"ש, ולכן עובר מרחק של $\frac{4}{3}\cdot 15=20$.

כלומר, 20 ק"מ. בשלב זה, יוצא הרוכב השני שמהירותו 20 קמ"ש.

כיוון שמהירותו של הרוכב השני גדולה ב-5 קמ"ש ממהירותו של הרוכב הראשון, בכל שעה ייסגר פער של 5 ק"מ ביניהם.

בסך הכל, ייסגר הפער ביניהם כעבור: $\frac{20}{20-15}=\frac{20}{5}=4$. כלומר, 4 שעות מרגע שיצא הרוכב השני - בשעה 21:20.

התשובה הנכונה היא (1).

© כל הזכויות שמורות לניב רווח פסיכומטרי בע"מ.

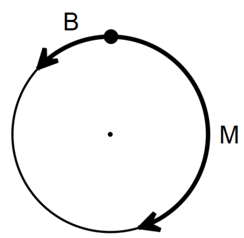
תנועה במעגל

כאשר שני אנשים נעים במעגל הם יכולים לנוע בכיוונים מנוגדים או באותו כיוון. גם במעגל, כאשר הם נעים בכיוונים מנוגדים ניתן לחבר את המהירויות, וכאשר הם נעים בכיוונים זהים, ניתן לחסר בין המהירויות שלהם.

<u>נקודות חשובות בנוגע לתנועה במעגל:</u>

1. כאשר שני גופים יוצאים מאותה נקודה ונעים בכיוונים מנוגדים, הם ייפגשו כאשר שני הגופים ישלימו במשותף הקפה אחת של המעגל.
2. המרחק הגדול ביותר בין השניים יהיה כאשר הם נמצאים על שני קצוות של קוטר המעגל.

ניקח לדוגמה מעגל, שהיקפו 200 מטרים ונניח שמאיר (נסמן ב-M) ובן (נסמן ב-B) יוצאים מאותה נקודה במעגל בכיוונים מנוגדים:



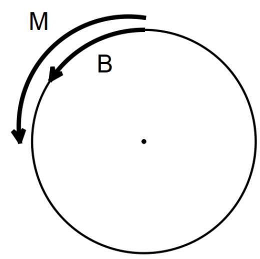
נניח שמהירותו של מאיר היא 15 מטרים בשנייה, ואילו מהירותו של בן היא 5 מטרים בשנייה - מאחר שמאיר מהיר פי 3, הוא יעבור פי 3 דרך בפרק זמן זהה, שכן קיים יחס **ישר** בין מהירות לדרך.

אילו היו שואלים אותנו תוך כמה שניות השניים יפגשו, היה עלינו לחלק את הדרך (היקף המעגל שהוא 200 מטרים) במהירות המשותפת של השניים $5+15=20$, שכן הם נעים זה לכיוון זה: $10=\frac{200}{20}$.

כלומר, 10 שניות.

<u>דוגמה נוספת:</u>

נניח שבן ומאיר יוצאים מאותה נקודה, הפעם לאותו כיוון.



מאחר שהם נעים במעגל "סגור", כעבור פרק זמן מסוים, מאיר "ישיג" את בן ויעקוף אותו מאחור - עקיפה זו תתבצע כאשר מאיר ישלם הקפה אחת יותר מבן, כלומר 200 מטרים יותר.

אילו היינו נשאלים כעבור כמה זמן העקיפה הזו תתרחש, היה עלינו לחסר בין המהירויות של השניים, שכן הם נעים בכיוון זהה. למעשה, כל שנייה מאיר עובר 15 מטרים, ואילו בן עובר 5 מטרים.

© כל הזכויות שמורות לניב רווח פסיכומטרי בע"מ.

לפיכך, נפתח ביניהם פער של $15-5=10$. כלומר, 10 מטרים בכל שנייה.

אם אנו רוצים למצוא את הזמן שבו מאיר ישיג את בן, עלינו לחלק את הדרך בחיסור המהירויות שלהם: $\frac{200}{10}=20$.

כלומר, 20 שניות.

שאלה לדוגמה - תנועה במעגל

ענת ורון רצים על מסלול מעגלי שהיקפו 2 ק"מ.
הם יוצאים מאותה נקודה על המסלול, ורצים לכיוונים מנוגדים.
מהירותה של ענת 12 קמ"ש, ומהירותו של רון 8 קמ"ש.

כמה דקות חלפו בין פגישתם השנייה לפגישתם השלישית?

(1) 10
(2) 20
(3) 3
(4) 6

<u>**פתרון**</u>

מכיוון שענת ורון רצים בכיוונים מנוגדים, ניתן לחבר את המהירויות שלהם ולבדוק בכמה זמן ישלימו יחדיו הקפה של המסלול.

המהירות המשותפת שלהם היא $12+8=20$. כלומר, 20 קמ"ש והדרך (היקף המעגל) היא 2 ק"מ.

מכאן, שהזמן בדקות שייקח להם להשלים כל הקפה הוא $\frac{2}{20}=\frac{1}{10}$. כלומר, $\frac{1}{10}$ שעה.

נמיר $\frac{1}{10}$ שעה לדקות ע"י הכפלה ב-60: $60\cdot\frac{1}{10}=6$.

מכאן אנו מבינים שרון וענת יפגשו, כלומר ישלימו הקפה יחדיו - כל 6 דקות.

לפיכך, הזמן שיחלוף בין פגישתם השנייה לשלישית הוא 6 דקות.

התשובה הנכונה היא (4).

© **כל הזכויות שמורות לניב רווח פסיכומטרי בע"מ.**

תנועה של גוף על גבי גוף

סוג זה של שאלות נדיר ביותר, אך חשוב להבין את העיקרון שמאחוריו.

לגוף שנמצא בתנועה יש מהירות עצמית שהיא המהירות שבה נע הגוף עצמו.

לעתים, קיים כוח חיצוני שעוזר לגוף או מקשה עליו לנוע במרחב, כגון: רוח, זרימה של נהר, מדרגות נעות ועוד.

לדוגמה:

צוללת אשר מפליגה במהירות של 5 קמ"ש עם כיוון זרימה של נהר אשר זורם במהירות של 1 קמ"ש,

למעשה נעה במהירות של $6 = 5 + 1$. כלומר, 6 קמ"ש.

- כוח חיצוני שעוזר הוא כוח שכיוון התנועה שלו **זהה** לכיוון התנועה של הגוף הנע.

  במקרה זה, עלינו **להוסיף** את מהירות הכוח החיצוני למהירות העצמית של הגוף הנע.

- כוח חיצוני שמקשה הוא כוח שכיוונו **שונה** מכיוון התנועה של הגוף הנע.

  במקרה זה, עלינו **להפחית** את מהירותו של הכוח החיצוני מהמהירות העצמית של הגוף.

דוגמה נוספת:

אדם אשר הולך בקצב של 8 מטרים בשנייה עם כיוון מסוע שמהירותו 10 מטרים בשנייה, יעבור בסך הכל:

$18 = 8 + 10$. כלומר, 18 מטרים בשנייה.

אם לדוגמה, אורך המסוע הוא 180 מטרים, אזי הזמן שהיה לוקח לאותו אדם לעבור את המסוע כולו היה: $10 = \frac{180}{18}$.

כלומר, 10 שניות לעבור את המסוע כולו.

דוגמה נוספת:

אדם אשר הולך בקצב של 15 מטרים בשנייה נגד כיוון של מסוע שמהירותו 10 מטרים בשנייה, יעבור בסך הכל: $5 = 15 - 10$.

כלומר, 5 מטרים בשנייה.

אם לדוגמה, אורך המסוע הוא 100 מטרים, אזי הזמן שהיה לוקח לאותו אדם לעבור את המסוע כולו היה: $20 = \frac{100}{5}$.

כלומר, 20 שניות לעבור את המסוע כולו.

© כל הזכויות שמורות לניב רווח פסיכומטרי בע"מ.

שאלה לדוגמה - תנועה של גוף על גבי גוף

דני מטפס מדרגות רגילות בקצב קבוע של 3.5 מטרים בשנייה.
בקניון גרם מדרגות נעות שאורכו 60 מטרים.
כאשר דני טיפס על גבי המדרגות הנעות **ובכיוון עלייתן**, הוא הגיע לסופן כעבור 12 שניות.

מה מהירות המדרגות הנעות (במטרים לשנייה)?

(1) 1
(2) 1.5
(3) 2.5
(4) 5

<u>פתרון</u>

אם דני הצליח לעלות גרם מדרגות שאורכו 60 מטרים ב-12 שניות, הרי שמהירותו הייתה $5 = \frac{60}{12}$.
כלומר, 5 מטרים בשנייה. אולם, אנו יודעים שמהירותו של דני על גבי מדרגות שאינן נעות היא 3.5 מטרים בשנייה בלבד,
ומכאן ניתן להסיק כי מהירות המדרגות הנעות היא $5 - 3.5 = 1.5$.
כלומר, 1.5 מטרים בשנייה.
התשובה הנכונה היא (2).

✓ **כלל:** כאשר גוף נע על גבי גוף אחר שנע **באותו הכיוון**, ניתן **לחבר** את המהירויות שלהם.
✓ **כלל:** כאשר גוף נע על גבי גוף אחר שנע **בכיוון מנוגד** לו, ניתן **לחסר** בין המהירויות שלהם.

© **כל הזכויות שמורות לניב רווח פסיכומטרי בע"מ.**

סיכום

1. נוסחת התנועה:

דרך = זמן · מהירות.

2. פישוט נוסחת התנועה:

את נוסחת התנועה ניתן להציג בשתי דרכים נוספות:

1) $\text{מהירות} = \frac{\text{דרך}}{\text{זמן}}$.

2) $\text{זמן} = \frac{\text{דרך}}{\text{מהירות}}$.

הערה: בכל פעם שנתונים לנו **שני** רכיבים מנוסחת התנועה, ניתן למצוא את **השלישי** על ידי שימוש באחת הנוסחאות.

3. המרת יחידות תנועה:

שאלות מסוימות בבחינה עשויות שלא "לדבר באותה שפה", כלומר לערב יחידות **שונות** של זמן/מהירות/דרך. לפיכך, כדאי לנו להכיר את היחידות השונות ולדעת לעשות את המעבר מיחידה ליחידה.

4. יחסים בנוסחת התנועה:

1) ישנו **יחס ישר** בין מהירות לבין דרך: **בפרק זמן נתון**, ככל שתיסע מהר יותר, תעבור דרך ארוכה יותר.

2) ישנו **יחס ישר** בין זמן לבין דרך: **במהירות נתונה**, ככל שתיסע יותר זמן, תעבור דרך ארוכה יותר.

3) ישנו **יחס הפוך** בין מהירות לבין זמן: **בדרך נתונה**, ככל שתיסע מהר יותר, תגיע בזמן קצר יותר.

5. מהירות ממוצעת:

בחישוב מהירות **ממוצעת**, עלינו לסכום את **סך הדרך** ולחלק **בסך הזמן** מרגע היציאה עד רגע ההגעה.

6. חיבור מהירויות:

כאשר גופים נעים בכיוונים **מנוגדים** (בין אם מדובר בהתרחקות או התקרבות בין הגופים),
ניתן **לחבר** את המהירויות שלהם ולהתייחס אליהם כאל גוף אחד הנע במהירות משותפת.

© **כל הזכויות שמורות לניב רווח פסיכומטרי בע"מ.**

7. **<u>חיסור מהירויות:</u>**

כאשר גופים נעים בכיוונים **זהים**, ניתן **לחסר** בין המהירויות שלהם ולגלות את קצב צמצום\פתיחת הפער ביניהם.

8. **<u>תנועה במעגל:</u>**

כאשר שני אנשים נעים במעגל הם יכולים לנוע בכיוונים מנוגדים או באותו כיוון. גם במעגל, כאשר הם נעים בכיוונים **מנוגדים** ניתן **לחבר** את המהירויות, וכאשר הם נעים בכיוונים **זהים**, ניתן **לחסר** בין המהירויות שלהם.

9. **<u>תנועה של גוף על גבי גוף:</u>**

כאשר גוף נע על גבי גוף אחר שנע **באותו הכיוון**, ניתן **לחבר** את מהירויותיהם.

כאשר גוף נע על גבי גוף אחר שנע **בכיוון מנוגד** לו, ניתן **לחסר** בין המהירויות שלהם.

<u>סוף שיעור - בהצלחה בתרגול!</u>

© כל הזכויות שמורות לניב רוח פסיכומטרי בע"מ.