שיעור שברים פשוטים

מבוא

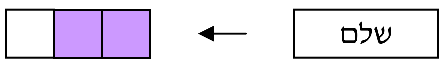
שברים פשוטים הם בסיס לפתרון שאלות רבות בבחינה. נושאים כמו משוואות בנעלם אחד, שתי משוואות בשני נעלמים, בעיות יחס, אי שוויוניים, חזקות ושורשים ועוד נושאים רבים אחרים דורשים בבסיסם ידע בשברים פשוטים ופעולות בשברים. על כן, מומלץ לדעת נושא זה היטב.

הגדרה

שבר מוגדר כחלוקה של מספר טבעי (שלם וחיובי) במספר טבעי אחר.

חלקו העליון של השבר נקרא "מונה" וחלקו התחתון של השבר נקרא "מכנה". לדוגמא: בשבר $\frac{2}{3}$, 2 הוא המונה ו- 3 הוא המכנה.

משמעות השבר היא חלוקת שלם כלשהו למספר החלקים הנמצא במכנה ומתוכו בחירת מספר החלקים הנמצא במונה. לדוגמא, בשבר $\frac{2}{3}$, ניקח שלם, נחלקו ל- 3 חלקים, ומתוכו נבחר 2 חלקים.



1. סוגי שברים

כאשר המונה קטן מהמכנה, כמו בשבר $\frac{2}{3}$, השבר קטן מ- 1.

כאשר המונה גדול מהמכנה, כמו בשבר $\frac{3}{2}$, השבר גדול מ- 1. שבר כזה נקרא "שבר מדומה".

שבר המורכב ממספר שלם ועוד שבר נקרא "שבר מעורב". דוגמא לשבר כזה היא: $4\frac{2}{3}$.

צורת כתיבה זו זהה לכתיבת $4+\frac{2}{3}$.

<u>שאלה לדוגמא</u>

איזה מהשברים הבאים הוא הגדול ביותר?

(1) $\frac{1009}{1008}$

(2) $\frac{4}{6}$

(3) $\frac{54}{201}$

(4) $\frac{10}{11}$

<u>פתרון</u>

שאלה זו נראית מורכבת במבט ראשון, אך אם נתעמק בתשובות נוכל לראות שבתשובות מספר 2, 3 ו- 4 המכנה גדול מהמונה, כלומר ערך השבר קטן מ- 1. בתשובה מספר 1, המונה גדול מהמכנה ולכן ערך השבר גדול מ- 1. מכאן, ערכו של השבר בתשובה מספר 1 גדול מערכם של שלושת השברים האחרים.

התשובה הנכונה היא (1).

2. שברים חיוביים ושליליים

שבר מורכב מחלוקה של מספר במספר אחר, ועל כן חלים עליו חוקי החילוק. מכאן:

אם נחלק מספר <u>שלילי</u> במספר <u>חיובי</u>, נקבל מספר שלילי. לדוגמא: $\frac{-3}{2}$ הוא מספר <u>שלילי</u>.

אם נחלק מספר <u>חיובי</u> במספר <u>שלילי</u>, נקבל מספר שלילי. לדוגמא: $\frac{2}{-3}$ הוא מספר <u>שלילי</u>.

אם נחלק מספר <u>חיובי</u> במספר <u>חיובי</u>, נקבל מספר חיובי. לדוגמא: $\frac{2}{3}$ הוא מספר <u>חיובי</u>.

אם נחלק מספר <u>שלילי</u> במספר <u>שלילי</u>, נקבל מספר חיובי. לדוגמא: $\frac{-2}{-3}$ הוא מספר <u>חיובי</u>.

במידה ואחד המספרים בשבר הוא שלילי, ניתן "להוציא" את המינוס מתוך השבר ולכתוב אותו לפני השבר בצורה כזאת: $\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{-3}{2}$.

כתיבה בצורה כזאת יכולה לפשט תרגילי חיבור וחיסור עליהם נדבר בהמשך השיעור.

3. צמצום והרחבת שברים

"צמצום שבר" היא פעולה בה מחלקים את מונה השבר וגם את מכנה השבר במספר זהה וזאת בתנאי שגם המכנה וגם המונה מתחלקים ללא שארית באותו מספר. לדוגמא: את השבר $\frac{4}{6}$ ניתן לצמצם על ידי חלוקה ב- 2 של המכנה וגם של המונה. כך נקבל את השבר: $\frac{2}{3}$.

"הרחבת שבר" היא פעולה שבה מכפילים את מונה השבר וגם את מכנה השבר במספר זהה.
לדוגמא: את השבר $\frac{3}{5}$ ניתן להרחיב על ידי הכפלה פי 3 של המכנה וגם של המונה. כך נקבל: $\frac{9}{15}$.

חשוב לציין שכל שבר שווה לכל השברים שנובעים מצמצומו או מהרחבתו. לדוגמא: $\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$ וגם $\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$.

כלל: כל שבר שווה לכל השברים שנוצרו מצמצומו או הרחבתו.

שבר שבו המכנה והמונה שווים זה לזה, ניתן לצמצם במספר המופיע במכנה ובמונה וכך כל שבר שבו המכנה והמונה שווים זה לזה שווה בערכו ל- 1. לדוגמא: $1=\frac{1}{1}=\frac{1003}{1003}=\frac{17}{17}=\frac{5}{5}$.

כלל: ערכו של כל שבר שבו המונה שווה למכנה הוא 1.

<u>שאלה לדוגמא</u>

איזה מהשברים הבאים <u>אינו</u> שווה ל- $\frac{6}{8}$?

(1) $\frac{3}{4}$

(2) $\frac{12}{16}$

(3) $\frac{16}{18}$

(4) $\frac{60}{80}$

www.psychometry.co.il
פורטל הפסיכומטרי של ניב רווח

<u>פתרון</u>

נבדוק כל אחת מהתשובות בנפרד, ונחפש איזו תשובה <u>אינה</u> שווה לשבר $\frac{6}{8}$.

בתשובה מספר 1, נוכל לראות שעל ידי הרחבת השבר $\frac{3}{4}$ פי 2 נקבל $\frac{6}{8} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2}$.

בתשובה מספר 2, נוכל לראות שעל ידי צמצום השבר $\frac{12}{16}$ ב- 2 נקבל $\frac{6}{8}$.

בתשובה מספר 4, נוכל לראות שעל ידי צמצום השבר $\frac{60}{80}$ ב- 10 נקבל $\frac{6}{8}$.

בתשובה מספר 3, ניתן לצמצם או להרחיב את השבר $\frac{16}{18}$ אך הוא אינו שווה לשבר $\frac{6}{8}$.

חשוב לשים לב שבשבר $\frac{16}{18}$ הוספנו 10 למכנה ו- 10 למונה אך אין הדבר נחשב להרחבת השבר $\frac{6}{8}$.

התשובה הנכונה היא (3).

כלל: הרחבה או צמצום שברים כוללת אך ורק כפל וחילוק המכנה והמונה באותו גודל.

כלל: <u>לא</u> ניתן לצמצם או להרחיב שבר על ידי חלוקה או כפל ב- 0.

כלל: מכנה של שבר לא יהיה שווה ל- 0 כיוון שלא ניתן לחלק מספר ב- 0.
תוצאת שבר כזה תהיה לא מוגדרת.

4. חיבור וחיסור שברים

חיבור וחיסור שברים ניתן לבצע רק כאשר המכנים של השברים שאנו מחברים או מחסרים שווים זה לזה. במידה והם אינם שווים, עלינו לבצע צמצום או הרחבה על מנת להביא את כל השברים להיות בעלי מכנה זהה.

כאשר המכנה זהה, פעולת החיבור או החיסור מתבצעת רק במונים של השברים והמכנה נשאר זהה גם בתוצאה.

דוגמא מספרית של חיסור שברים בעלי מכנים זהים: $\frac{2}{4} = \frac{3-1}{4} = \frac{1}{4} - \frac{3}{4}$.

דוגמא מספרית של חיבור שברים בעלי מכנים שונים: $\frac{4}{9}+\frac{2}{3}$. עלינו להרחיב את השבר $\frac{2}{3}$ על מנת שהמכנה שלו יהיה שווה ל- 9. מכיוון שכעת מופיע במכנה המספר 3, נכפיל פי 3 את המכנה והמונה ונקבל: $\frac{6}{9}=\frac{2\cdot3}{3\cdot3}$. כעת נקבל תרגיל שבו המכנה זהה בני השברים: $\frac{6}{9}+\frac{4}{9}=\frac{6+4}{9}=\frac{10}{9}$.

טיפ: חשוב לשים לב ולא להתבלבל, כאשר <u>המונים</u> זהים ולא המכנים, <u>לא</u> ניתן לבצע פעולת חיבור וחיסור על המכנים.

<u>שאלה לדוגמא</u>

$$\frac{1}{5}+\frac{7}{10}-\frac{3}{20}=?$$

(1) $\frac{3}{4}$

(2) $\frac{15}{18}$

(3) $\frac{17}{20}$

(4) $\frac{12}{4}$

<u>פתרון</u>

על מנת לפתור את התרגיל, עלינו להביא את כל השברים למצב שבו הם בעלי מכנה משותף. נבחר במכנה המשותף 20 כיוון שאת השברים $\frac{3}{20}$ ו- $\frac{7}{10}$ לא ניתן לצמצם. מכאן, נרחיב את השבר $\frac{1}{5}$ פי 4 ונקבל $\frac{4}{20}$. נרחיב את השבר $\frac{7}{10}$ פי 2 ונקבל: $\frac{14}{20}$. כעת נקבל תרגיל אשר אותו אנו יודעים לפתור: $\frac{15}{20}=\frac{4+14-3}{20}=\frac{4}{20}+\frac{14}{20}-\frac{3}{20}$.

השבר $\frac{15}{20}$ אינו מופיע בתשובות בצורה כזו, אלא בצורתו המצומצמת. אם נחלק את המונה ואת המכנה ב- 3 נקבל $\frac{3}{4}$ וזוהי התשובה הנכונה. בבחינה, ברוב המקרים שברים יופיעו בצורתם המצומצמת.

התשובה הנכונה היא (1).

5. כפל שברים

בכפל של שברים, אין צורך במכנה משותף בין השברים.
בכפל בין שני שברים כופלים בנפרד את המונים ובנפרד את המכנים.
התוצאה תהיה תוצאת מכפלת המונים חלקי תוצאת מכפלת המכנים.

לדוגמא: $\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{5}=\frac{2\cdot 2}{3\cdot 5}=\frac{4}{15}$.

מכיוון שאין משמעות לסדר שבו כופלים את האיברים, ניתן לשים את כל השברים על קו שבר אחד כאשר מכפלת המונים מעל קו השבר ומכפלת המכנים מתחת לקו השבר.

במצב זה, ניתן לצמצם איברים. לדוגמא: במכפלה $\frac{4}{3}\cdot\frac{3}{5}$ נוכל לצמצם את 3 במכנה עם 3 במונה

וכך לקבל: $\frac{4}{1}\cdot\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$.

<u>שאלה לדוגמא</u>

$\frac{5}{2}\cdot\frac{1}{7}\cdot\frac{2}{6}=?$

(1) $\frac{3}{21}$

(2) $\frac{8}{84}$

(3) $\frac{5}{42}$

(4) $\frac{10}{80}$

<u>פתרון</u>

בשאלה נתונה מכפלה של שלושה שברים. נכפול ראשית את המונים זה בזה: $5\cdot 1\cdot 2=10$.

כעת נכפול את המכנים זה בזה ונקבל: $2\cdot 7\cdot 6=84$. מכאן, תוצאת המכפלה היא: $\frac{10}{84}$. נראה

שבתשובות הנתונות לא מופיעה תשובה כזו. הסיבה היא שאת השבר $\frac{10}{84}$ ניתן לצמצם. נחלק את

המונה ואת המכנה ב- 2 ונקבל: $\frac{5}{42}$. דרך נוספת לפתרון היא לצמצם ב- 2 את התרגיל המקורי

ולאחר מכן לפתור: $\frac{5}{42}=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{7}\cdot\frac{5}{1}$.

התשובה הנכונה היא (3).

6. חלוקת שברים

חלוקת שבר בשבר אחר, שווה למכפלה של השבר שבמונה במספר ההופכי של השבר שבמכנה.

לדוגמא:

$\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{4}:\frac{1}{2}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}$. מכיוון שמכפלת שברים אנו כבר יודעים לפתור, $\frac{4}{6}=\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}$.

<u>שאלה לדוגמא</u>

$$\frac{\frac{1}{3}+\frac{4}{6}}{\frac{1}{2}}=?$$

(1) $\frac{6}{2}$

(2) 2

(3) $\frac{2}{4}$

(4) $\frac{8}{18}$

פתרון

ראשית, עלינו להגיע למכנה משותף בחלקו העליון של השבר הכללי. כך נוכל לבצע את פעולת החיבור ולפשט את הביטוי. נוכל לצמצם את השבר $\frac{4}{6}$ ל- $\frac{2}{3}$ וכך נקבל שהמונה של השבר הכללי הוא $1=\frac{3}{3}=\frac{2}{3}+\frac{1}{3}$. כעת נוכל לפתור בקלות את התרגיל: $2=\frac{2}{1}=1\cdot\frac{1}{\frac{1}{2}}$.

התשובה הנכונה היא (2).

הערה: במידה ואנו מחלקים שלם בשבר (לדוגמא: $\frac{3}{\frac{7}{9}}$) או שבר בשלם (לדוגמא: $\frac{\frac{7}{9}}{3}$) נתייחס לשלם כמו שבר המחולק ב- 1. כלומר $\frac{3}{1}=3$. במקרה זה, $\frac{\frac{3}{1}}{\frac{7}{9}}=\frac{3}{\frac{7}{9}}$, וגם $\frac{\frac{7}{9}}{\frac{3}{1}}=\frac{\frac{7}{9}}{3}$.

7. שבר עשרוני

צורת הכתיבה של שבר עשרוני נעשית כאשר משמאל לנקודה העשרונית נרשם חלקו השלם של המספר, ומצידה הימני נרשם חלקו הלא שלם של המספר. על מנת להפוך את החלק הלא שלם של המספר לשבר פשוט, נוכל לחלקו ב- 10. זאת הסיבה לשמו של השבר העשרוני.

לדוגמא: המשמעות של 1.3 קילוגרם היא שיש קילוגרם אחד שלם ועוד $\frac{3}{10}$ קילוגרמים.

מומלץ לזכור בע"פ מעברים מסוימים משבר עשרוני לשבר רגיל ולהיפך. בבחינה הפסיכומטרית יש לעיתים שאלות המצריכות שימוש בידע זה.

$\frac{1}{2}=0.5$	$\frac{1}{4}=0.25$	$\frac{1}{8}=0.125$	$\frac{1}{10}=0.1$
$\frac{1}{3}=0.333$	$\frac{1}{5}=0.2$	$\frac{1}{9}=0.111$	

כלל: כאשר אנו מכפילים שבר עשרוני ב- 10, נזיז את הנקודה מקום אחד ימינה.

כלל: כאשר אנו מחלקים שבר עשרוני ב- 10, נזיז את הנקודה מקום אחד שמאלה.

לדוגמא: $0.45\cdot10=4.5$. דוגמא נוספת: $\frac{5.23}{10}=0.523$.

<u>שאלה לדוגמא</u>

$\frac{1.11}{10} = ?$

(1) 1.1

(2) 9

(3) $\frac{1}{9}$

(4) 0.9

<u>פתרון</u>

נפתור את השאלה בשני שלבים. בשלב ראשון, נבין שמשמעות השבר היא חלוקה של של 1.11 ב- 10. על פי הכלל שחלוקה ב- 10 של שבר עשרוני מזיזה את הנקודה מקום אחד שמאלה, ערכו של השבר שווה ל- $0.111 = \frac{1.11}{10}$. כעת, כפי שלמדנו קודם, ערכו של השבר העשרוני 0.111 שווה ל- $\frac{1}{9}$.

התשובה הנכונה היא (3).

8. השוואת שברים

לעיתים נדרש במבחן (בעיקר בשאלות מסוג השוואה כמותית) להשוות בין שברים ולהחליט מי מהם יותר גדול או קטן. על מנת להשוות בין שברים, קיימים מספר כללים שכדאי לזכור.

שבר שהמונה שלו שווה ל- 1, הוא חלוקה של שלם למספר החלקים הרשום במכנה. כלומר, $\frac{1}{3}$ הוא חלוקה של שלם ל- 3 חלקים, $\frac{1}{4}$ הוא חלוקה של שלם ל- 4 חלקים וכן הלאה.

מכאן, ככל שנחלק שלם למספר חלקים גדול יותר, (כלומר, ככל שהמכנה גדל), כך ערכו של השבר קטן. לדוגמא: $\frac{1}{4} < \frac{1}{6}$, או $\frac{1}{299} < \frac{1}{300}$. מכיוון שמדובר באי שוויון, גם אם נכפיל את שני צידי אי השוויון במספר כלשהו, אי השוויון יישמר.

כלל: כאשר המונה זהה והמכנה שונה, השבר שבו המכנה גדול יותר הוא השבר הקטן יותר.

במידה ואנו נדרשים להשוות בין שברים בעלי מכנים זהים ומונים שונים, השבר בעל המונה הגדול יותר, יהיה השבר בעל הערך הגדול יותר.

לדוגמא: $\frac{3}{4} > \frac{1}{4}$, או $\frac{300}{10,000} > \frac{99}{10,000}$.

כלל: כאשר המכנה זהה והמונה שונה, השבר שבו המונה גדול יותר הוא השבר הגדול יותר.

כאשר אנו נדרשים להשוות בין שברים בעלי מכנים ומונים שונים, עלינו להרחיב או לצמצם את אחד השברים על מנת שיהיה שוויון בין המונים או בין המכנים של שני השברים וכך נוכל להשתמש בכללים שהוסברו זה עתה.

<u>שאלה לדוגמא</u>

איזה מהשברים הבאים הוא הגדול ביותר?

(1) $\frac{99}{100}$

(2) $\frac{49}{50}$

(3) $\frac{24}{25}$

(4) $\frac{4}{5}$

<u>פתרון</u>

על מנת להשוות בין השברים, נצטרך להביא את כל השברים למצב שבו המכנים של כל השברים זהים או המונים של כל השברים זהים. נשים לב שאת כל אחד מהמכנים נוכל להכפיל במספר שלם על מנת להגיע ל- 100. נרחיב את השבר בתשובה 2 פי 2: $\frac{98}{100} = \frac{49 \cdot 2}{50 \cdot 2}$, נרחיב את השבר בתשובה 3 פי 4: $\frac{96}{100} = \frac{24 \cdot 4}{25 \cdot 4}$ ונרחיב את השבר בתשובה 4 פי 20: $\frac{80}{100} = \frac{4 \cdot 20}{5 \cdot 20}$. כעת נוכל להשוות בין כל השברים על פי הכלל לפיו כאשר המכנה זהה, השבר הגדול ביותר הוא השבר בעל המונה הגדול ביותר: $\frac{99}{100} > \frac{98}{100} > \frac{96}{100} > \frac{80}{100}$.

התשובה הנכונה היא (1).

משאלה זו, נוכל ללמוד שכאשר נתונים שני שברים אשר המונה בשניהם קטן ב- 1 בדיוק מהמכנה, השבר בעל המונה והמכנה הקטנים יותר, הם גם בעלי ערך קטן יותר. לדוגמא: $\frac{45}{46}>\frac{6}{7}>\frac{4}{5}$ וכן הלאה.

כלל: כאשר נתונים שני שברים אשר המונה בשניהם קטן ב- 1 בדיוק מהמכנה, השבר בעל המונה והמכנה הקטנים יותר, הם גם בעלי ערך קטן יותר.

כלל: כאשר נתונים שני שברים אשר המכנה בשניהם גדול ב- 1 בדיוק מהמונה, השבר בעל המונה והמכנה הקטנים יותר, הם גם בעלי ערך קטן יותר.

<u>השוואת שברים שליליים</u>

כאשר נדרש מאיתנו להשוות בין שני שברים שליליים, עלינו לזכור שהשבר הקרוב יותר לאפס הוא השבר הגדול יותר. כך קורה שבזמן שמתקיים $\frac{2}{4}<\frac{3}{4}$, כאשר שני השברים הם בעלי סימן שלילי מתקיים $\left(-\frac{3}{4}\right)<\left(-\frac{2}{4}\right)$.

אם השאלה איזה מהשברים קרוב יותר ל- 0 מבלבלת מדי עבורך, תוכל לחשב איזה מהשברים <u>קטן</u> יותר כאשר שני השברים בסימן חיובי והוא יהיה השבר <u>הגדול</u> יותר כאשר שניהם בסימן שלילי, ולהיפך.

8. שאלות מילוליות

בבחינה הפסיכומטרית יש לעיתים שאלות שתוכנן הוא מילולי אך עלינו מוטל להופכן לשאלות מספריות. גם שאלות בשברים פשוטים יכולות להופיע כשאלה מילולית.

<u>שאלה לדוגמא</u>

בעוגת שוקולד אחת יש שליש כוס סוכר. בעוגת תפוחים אחת יש רבע כוס סוכר.
כמה כוסות סוכר צריך על מנת לאפות 2 עוגות שוקולד ו- 3 עוגות תפוחים?

(1) $\frac{14}{12}$

(2) $\frac{7}{12}$

(3) 5

(4) $\frac{17}{12}$

פתרון

נוכל להפוך בקלות שאלה זו לביטוי בשברים פשוטים. ראשית, נכפול את כמות עוגות השוקולד בכמות כוסות הסוכר הדרושה עבור כל עוגת שוקולד: 2 עוגות שוקולד כפול שליש כוס: $2\cdot\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$.

כעת נכפול את כמות עוגות התפוחים בכמות כוסות הסוכר הדרושה עבור כל עוגת תפוחים: 3 עוגות כפול רבע כוס סוכר: $3\cdot\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$. כעת נחבר את שני השברים שקיבלנו על ידי פעולת חיבור: $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}$. נעשה מכנה משותף 12 ונפתור את התרגיל: $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}=\frac{8}{12}+\frac{9}{12}=\frac{8+9}{12}=\frac{17}{12}$.

התשובה הנכונה היא (4).

לסיכום

שברים פשוטים ופעולות בשברים פשוטים הם הבסיס לאלגברה ולשאלות רבות מאוד בחלק הכמותי בבחינה הפסיכומטרית. יש לדעת נושא זה בצורה טובה על מנת לפתור כמות גדולה של שאלות ולחסוך בזמן. בנוסף, מומלץ ללמוד בעל פה את המעבר משברים עשרוניים לשברים פשוטים, וזאת גם כדי לחסוך בזמן וגם מכיוון שיותר פשוט לבצע פעולות בשברים פשוטים מאשר בשברים עשרוניים.